

Vorlesung Nanostrukturphysik II

3 – Tunneleffekte von Elektronen

Sommersemester 2022

Prof. Dr. U. Hartmann





3.1 Relevanz von Tunneleffekten

3.2 Grundlagen des Tunneleffekts

- Elektronenstreuung an einer Potentialbarriere
- Tunneleffekt

3.3 Tunnelkontakte

3.4 Tunnelmikroskop

- Grundlagen, Aufbau
- Typische Resultate

3.5 Einzelelektronentunneln

- Grundlagen
- Coulomb-Blockade
- Doppeltunnelkontakt
- Einzelelektronentransistor

3.6 Resonantes Tunneln



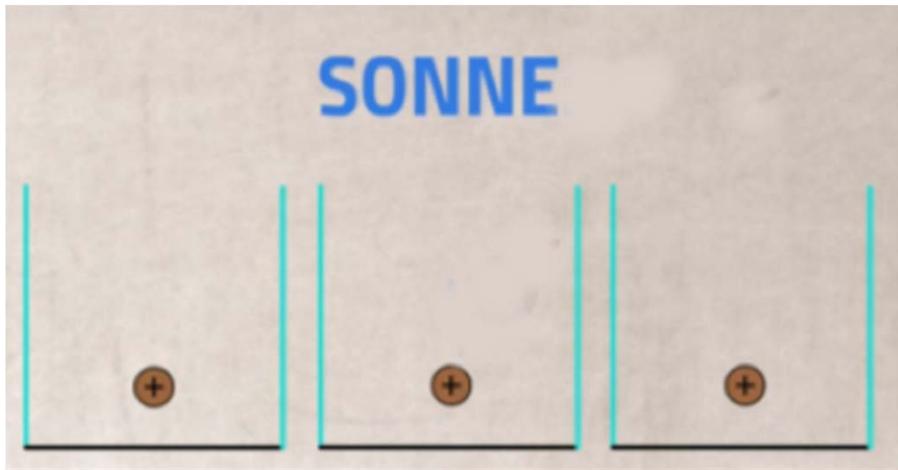
3.1 Relevanz von Tunneleffekten



Relevanz von Tunneleffekten

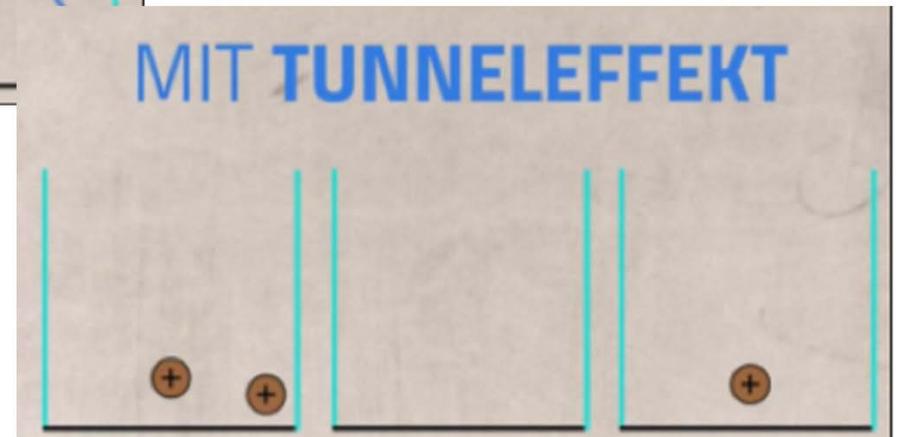
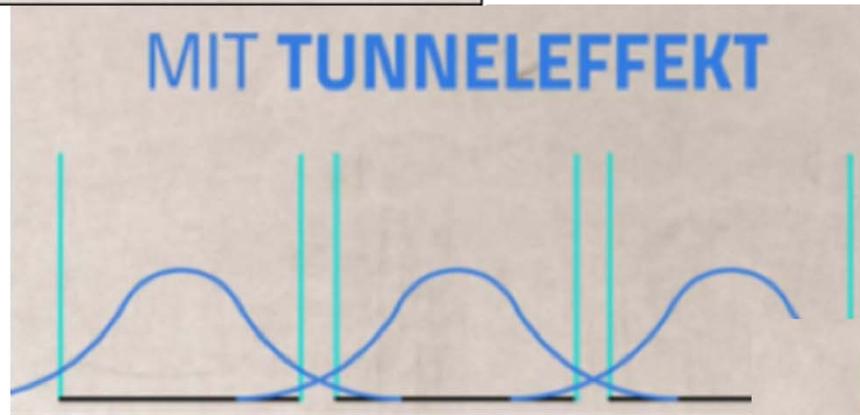
- **Kernfusion in Sternen**
- Quantenbiologie, chemische Reaktionen
- Alpha-Zerfall
- Zwei-Elektroden-Tunneln
- Feldelektronen- bzw. Feldionenmikroskop
- Tunneldiode
- Supraleitung (Cooper-Paar-Tunneln)
- Rastertunnelmikroskop
- Magnetischer Tunnelwiderstand (TMR-Effekt)
- Flash-Speicher
- Photonentunneln

<https://de.wikipedia.org/wiki/Tunneleffekt>



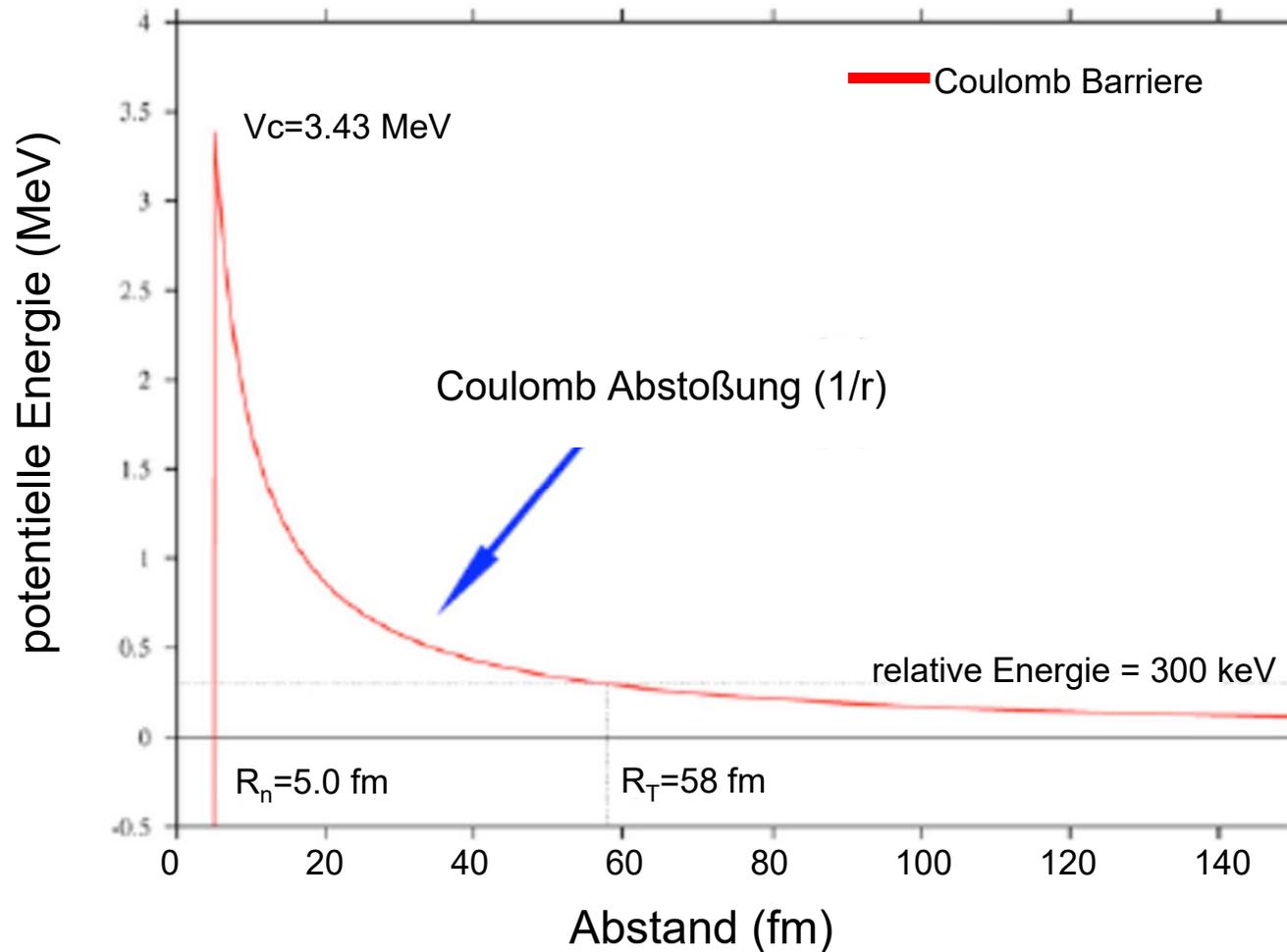
Der Tunneleffekt – Kernfusion in der Sonne

$T_{\text{quantum}} = 10^7 \text{ °C}$



 Proton

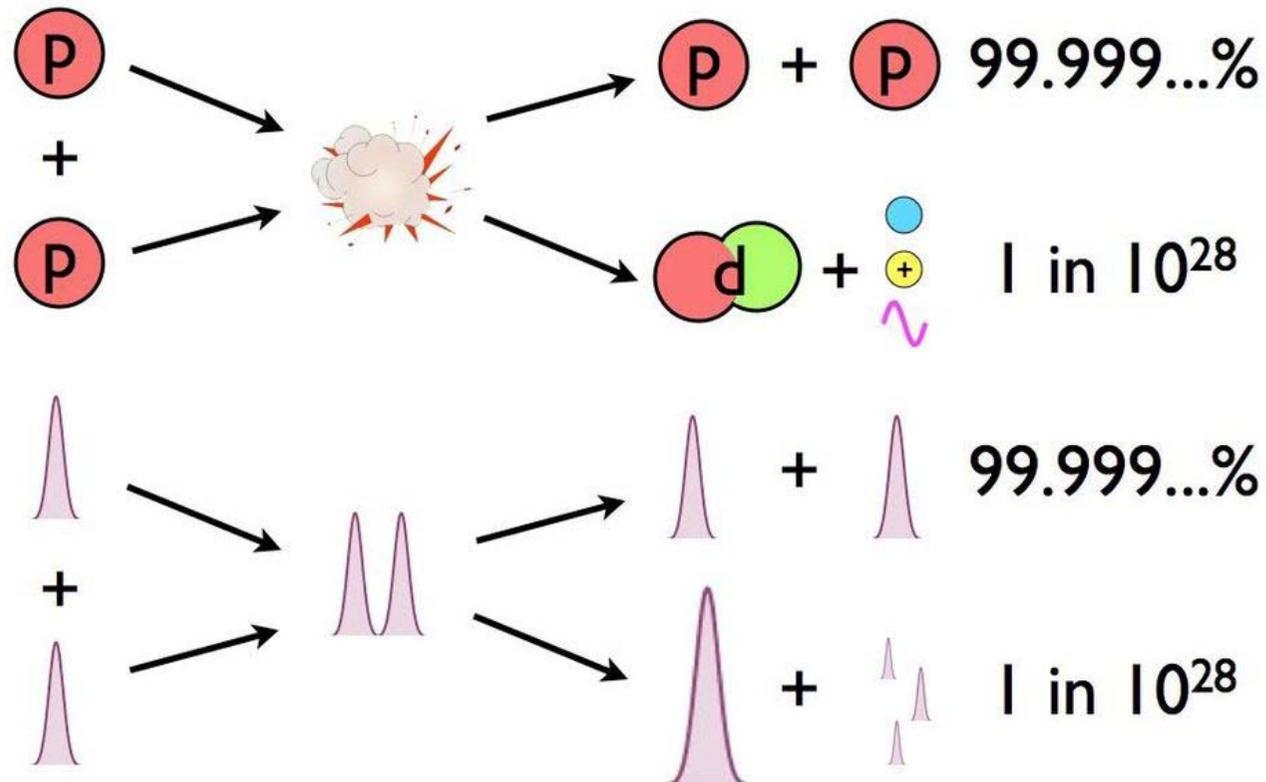
<https://www.youtube.com/watch?v=kX2yvHepMsY>



Tclass = $10^{10} \text{ }^\circ\text{C}$

Sonnenkern $10^7 \text{ }^\circ\text{C}$

<https://www.ast.cam.ac.uk/~pettini/STARS/Lecture07.pdf>



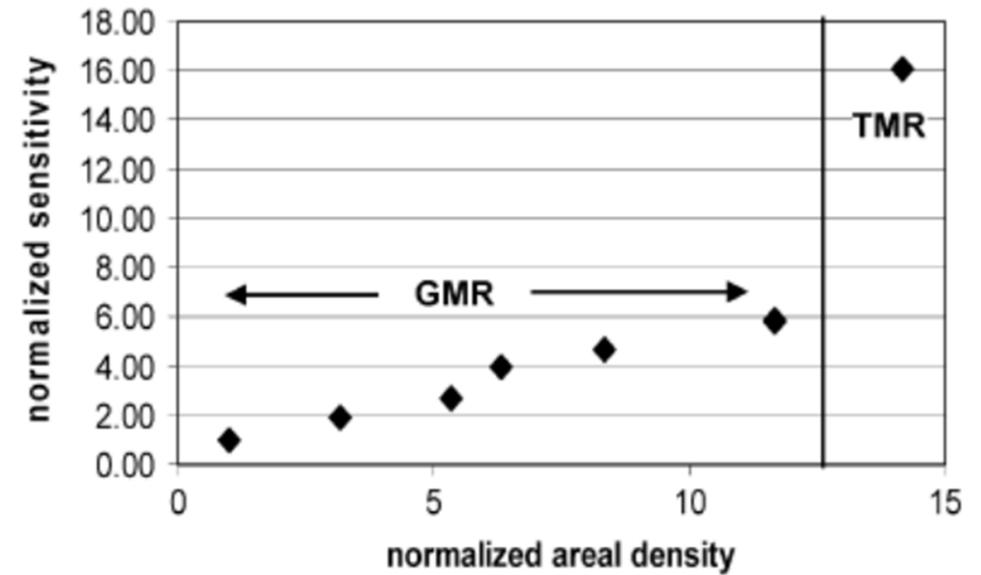
<http://en.stonkcash.com/how-does-nuclear-fusion-release-energy/>



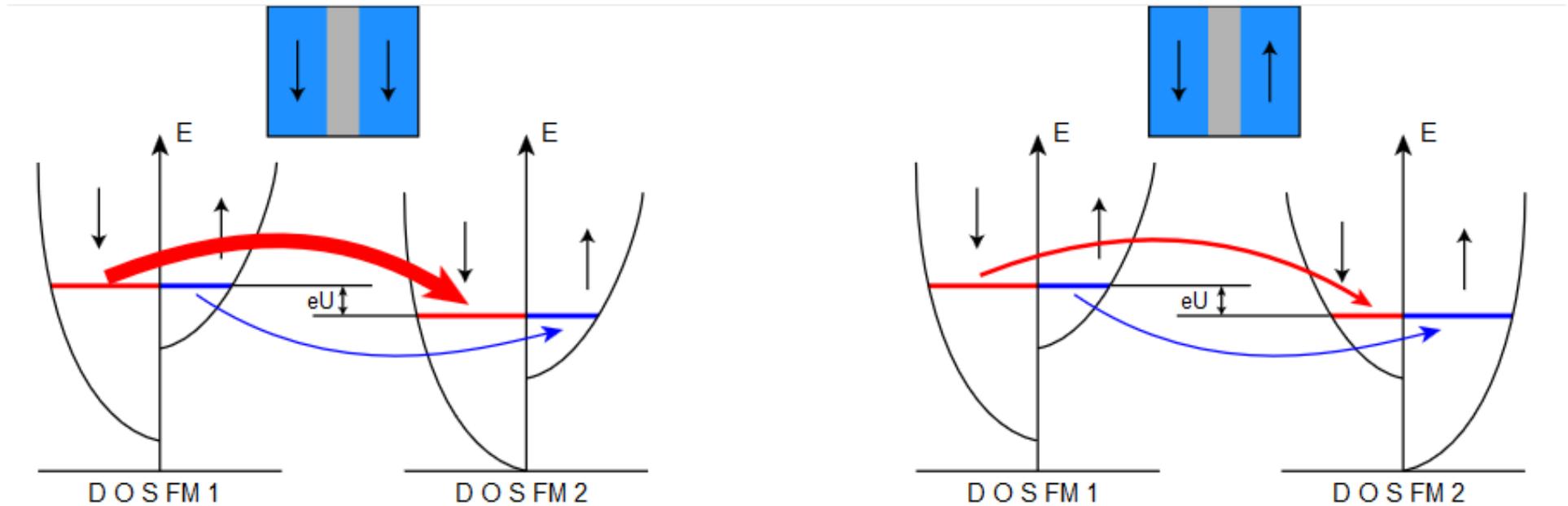
Relevanz von Tunneleffekten

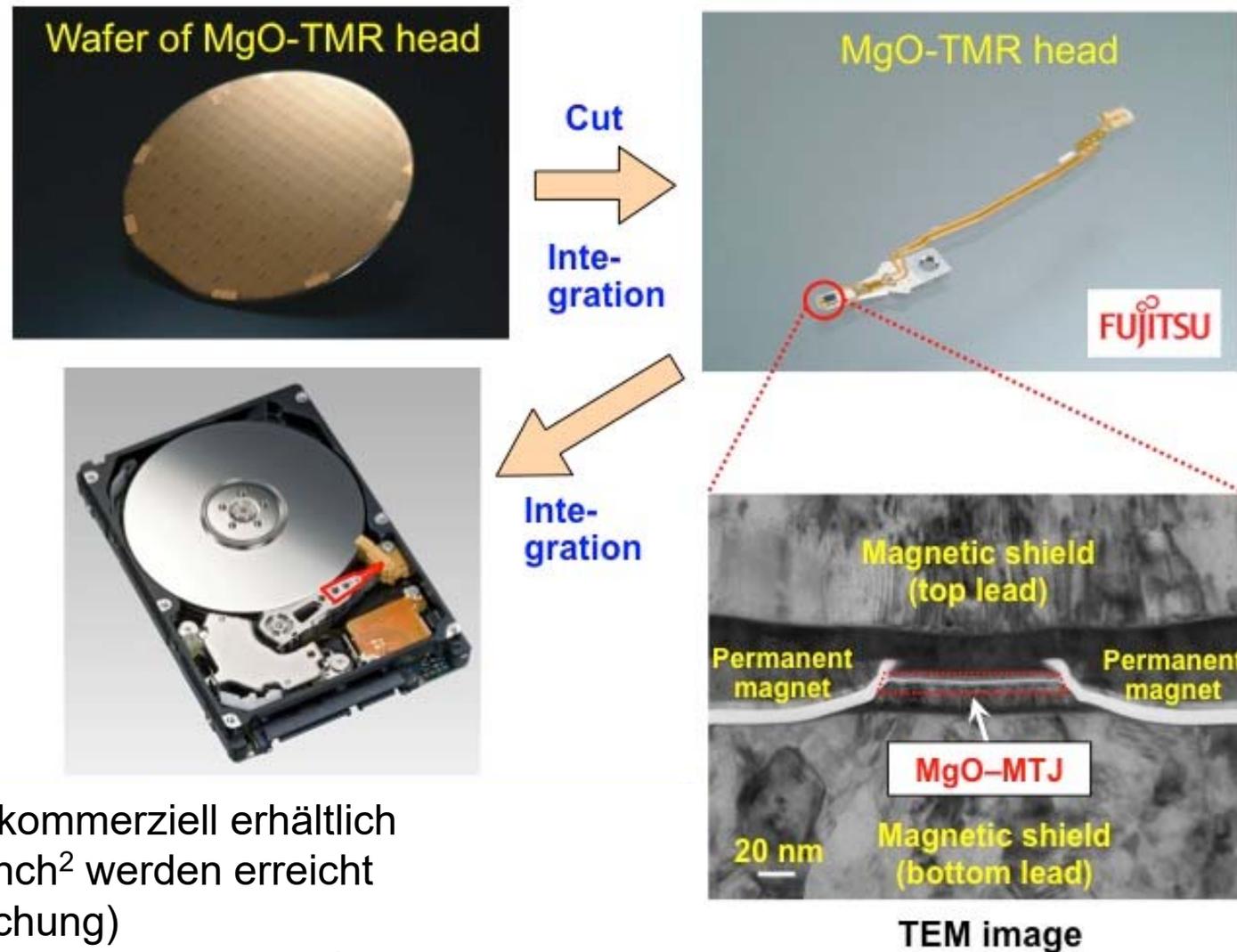
- Kernfusion in Sternen
- Quantenbiologie, chemische Reaktionen
- Alpha-Zerfall
- Zwei-Elektroden-Tunneln
- Feldelektronen- bzw. Feldionenmikroskop
- Tunneldiode
- Supraleitung (Cooper-Paar-Tunneln)
- Rastertunnelmikroskop
- **Magnetischer Tunnelwiderstand (TMR-Effekt)**
- Flash-Speicher
- Photonentunneln

<https://de.wikipedia.org/wiki/Tunneleffekt>



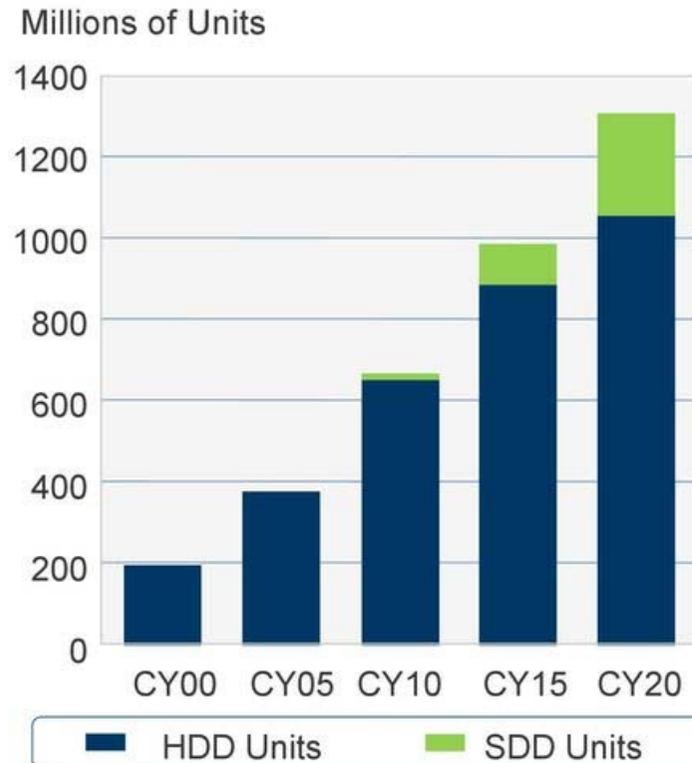
S. Mao et al., IEEE Trans Magn, 42, 97 (2006)





- Seit 2007 kommerziell erhältlich
- 500 GBit/inch² werden erreicht (Verdreifachung)
- einsetzbar bis zu 1 TBit/inch²

https://unit.aist.go.jp/src/cie/en_teams/en_teams_metal.html



By 2020...

HDD:
1 billion units

and

SSDs:
200 million units

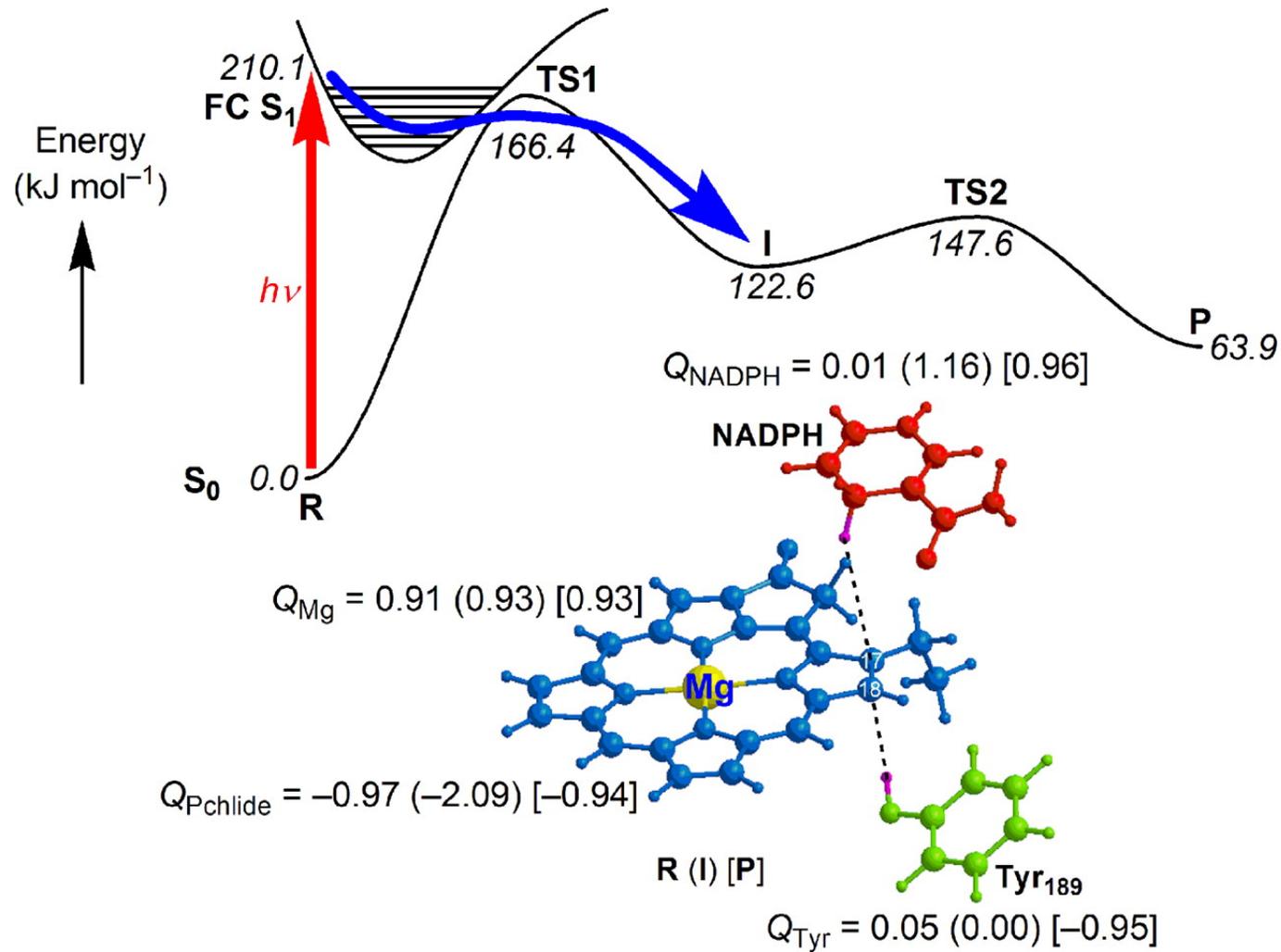
<http://docplayer.net/2306200-Data-storage-and-hamr.html>



Relevanz von Tunneleffekten

- Kernfusion in Sternen
- **Quantenbiologie, chemische Reaktionen**
- Alpha-Zerfall
- Zwei-Elektroden-Tunneln
- Feldelektronen- bzw. Feldionenmikroskop
- Tunneldiode
- Supraleitung (Cooper-Paar-Tunneln)
- Rastertunnelmikroskop
- Magnetischer Tunnelwiderstand (TMR-Effekt)
- Flash-Speicher
- Photonentunneln

<https://de.wikipedia.org/wiki/Tunneleffekt>



D. J. Heyes et al. J. Biol. Chem. 284, 3762 (2009)

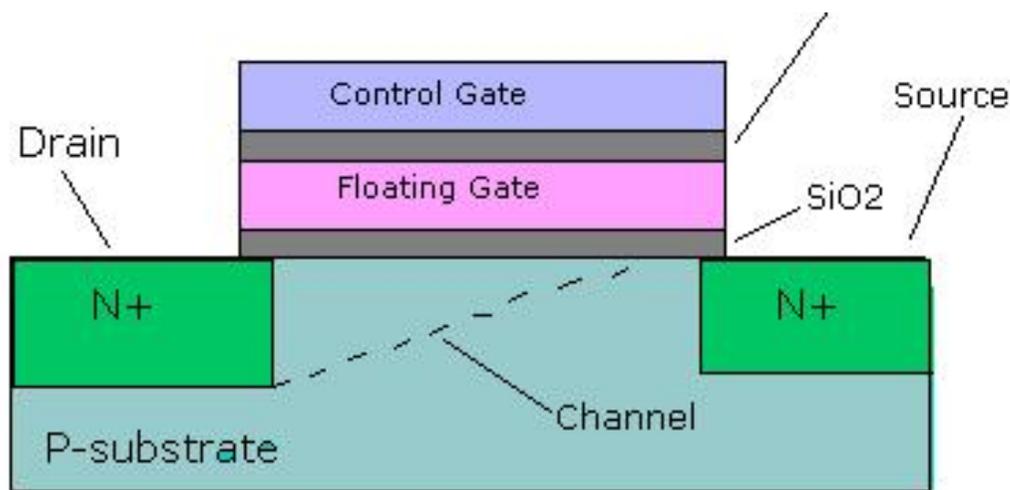
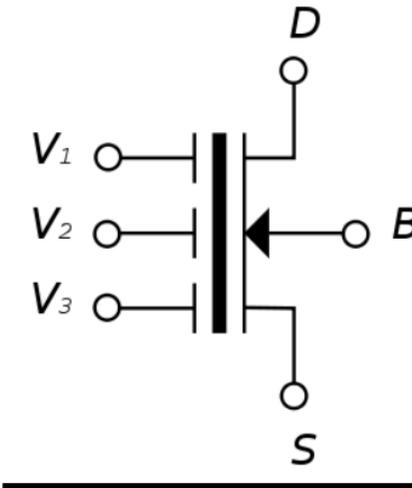
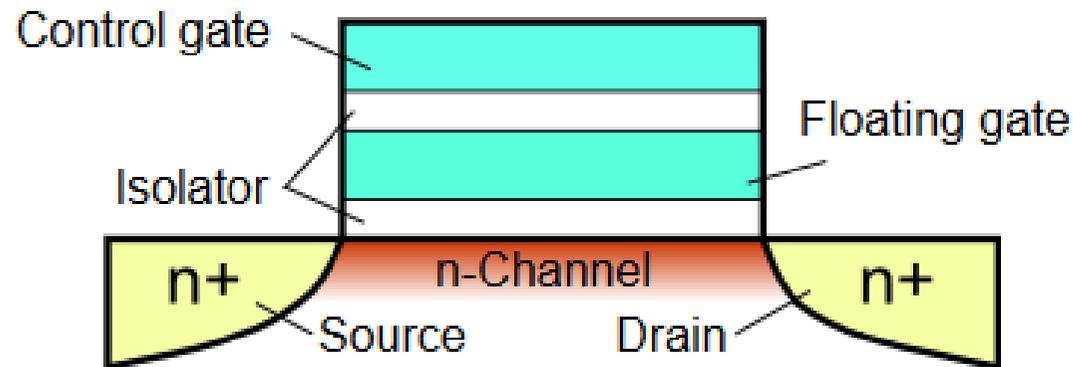


Relevanz von Tunneleffekten

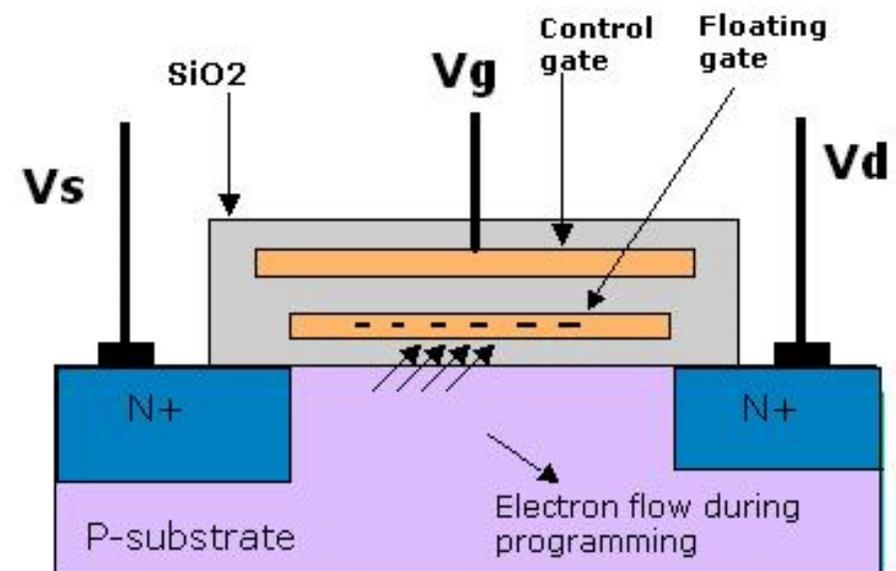
- Kernfusion in Sternen
- Quantenbiologie, chemische Reaktionen
- Alpha-Zerfall
- Zwei-Elektroden-Tunneln
- Feldelektronen- bzw. Feldionenmikroskop
- Tunneldiode
- Supraleitung (Cooper-Paar-Tunneln)
- Rastertunnelmikroskop
- Magnetischer Tunnelwiderstand (TMR-Effekt)
- **Flash-Speicher**
- Photonentunneln

<https://de.wikipedia.org/wiki/Tunneleffekt>

Flash-Speicher: Floating Gate-Transistor

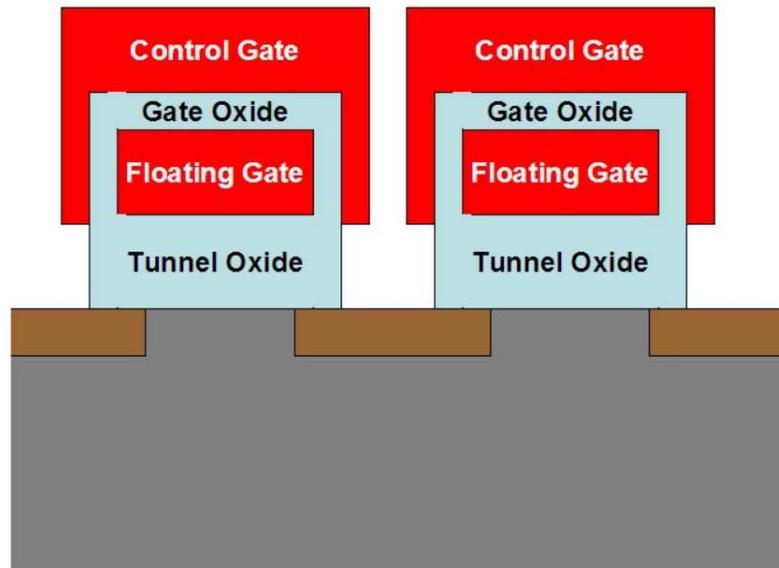
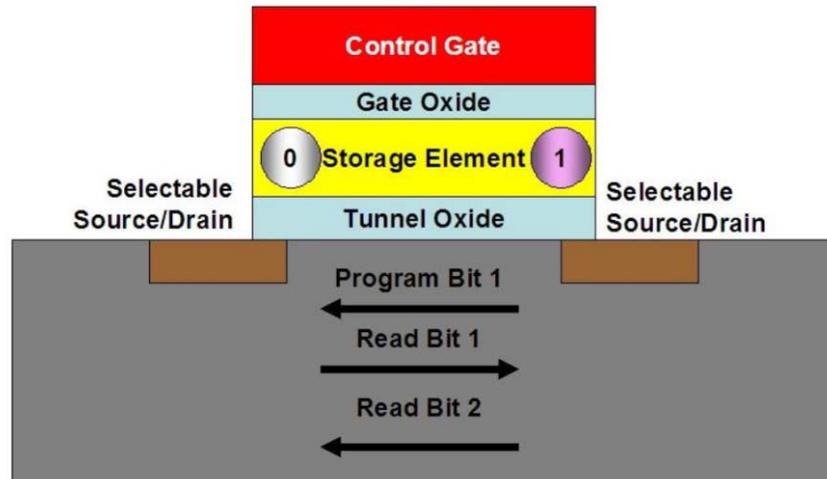


A flash memory cell (FGMOS)



<http://www.eeherald.com/section/design-guide/esmod16.html>

- Heute: Charge Trap Flash



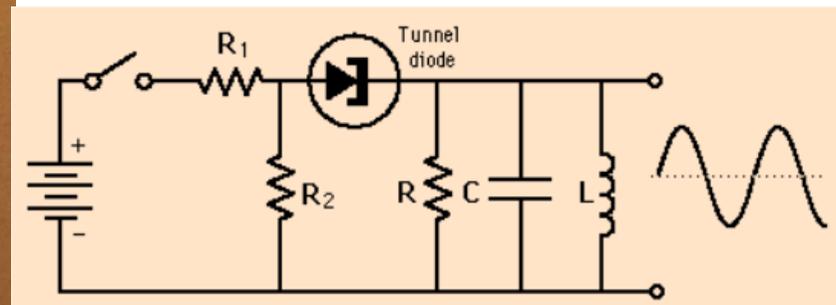
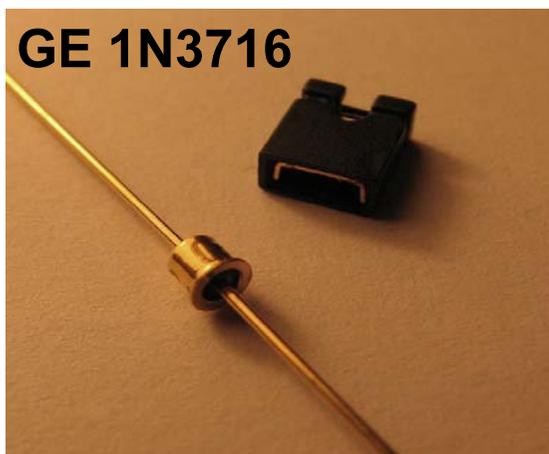
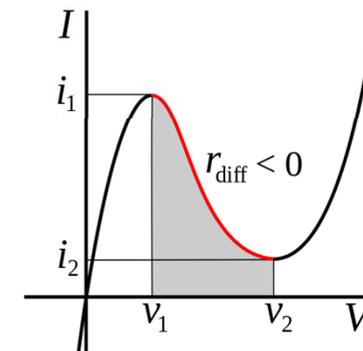
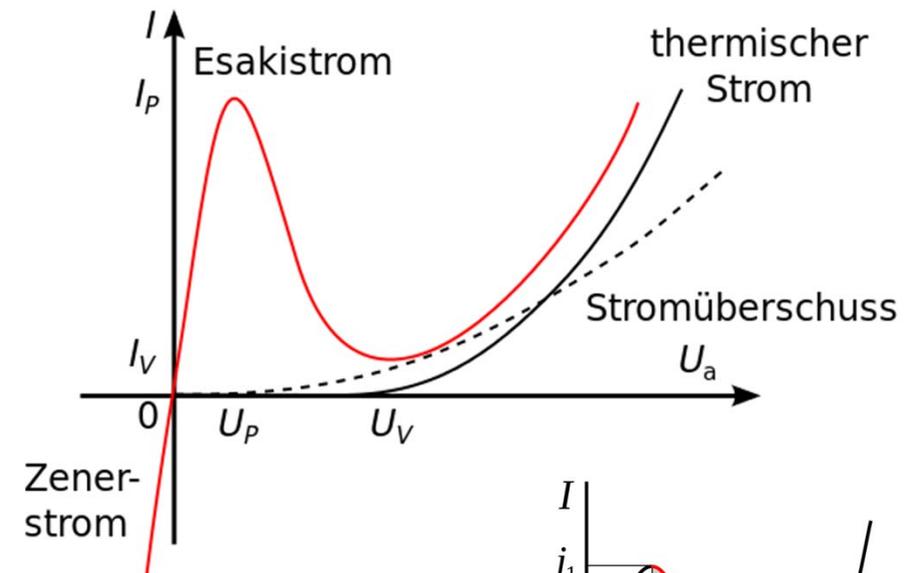
Der Klassiker: Esaki-Tunnelodiode



Esaki 1959

Tunnel diode

- 1957 entdeckt
- Nobelpreis Leo Esaki 1973
- negativer diff. Widerstand
- Anwendung in Schwingkreisen und Verstärkern



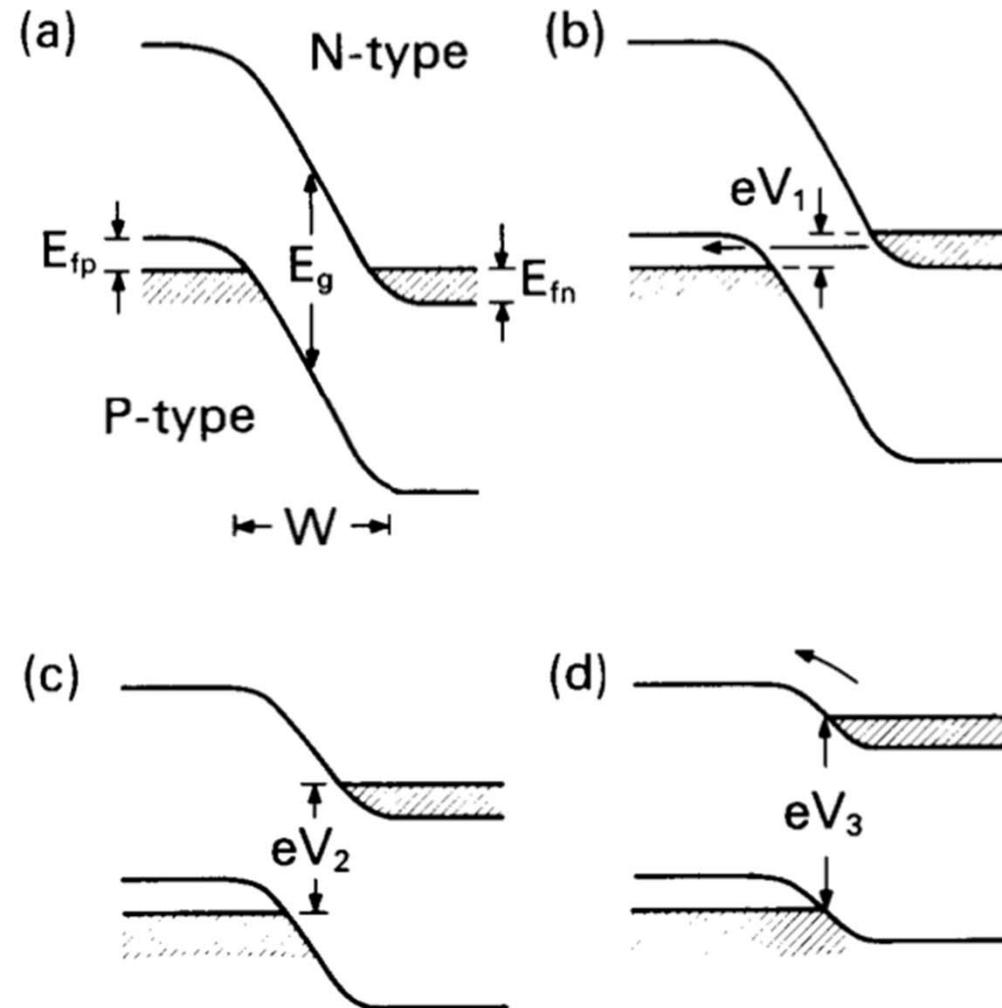
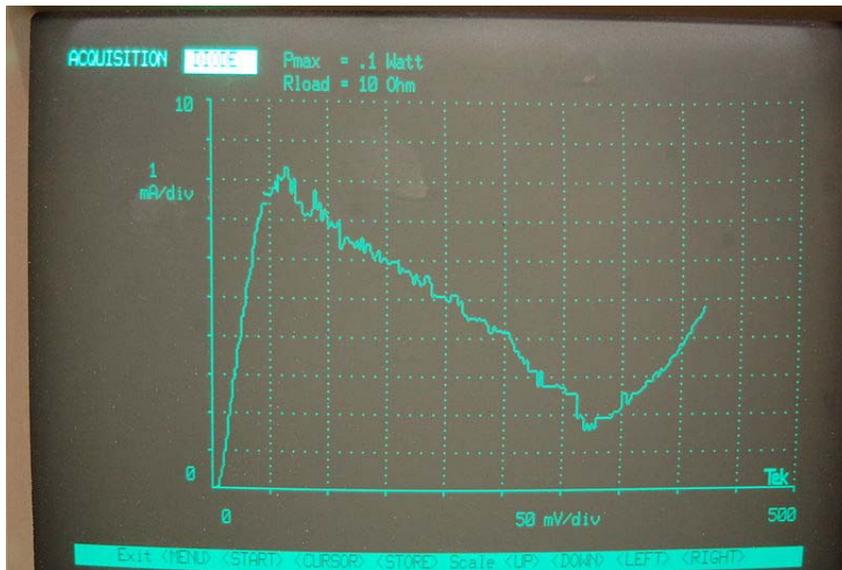
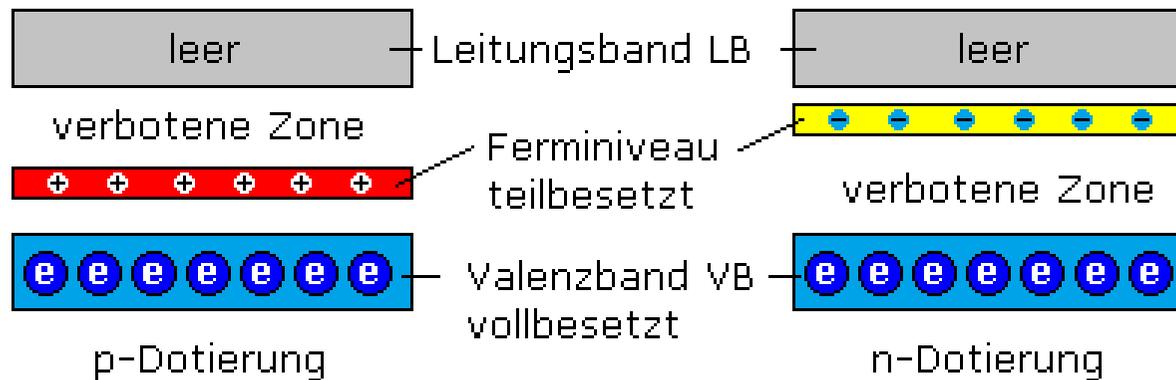


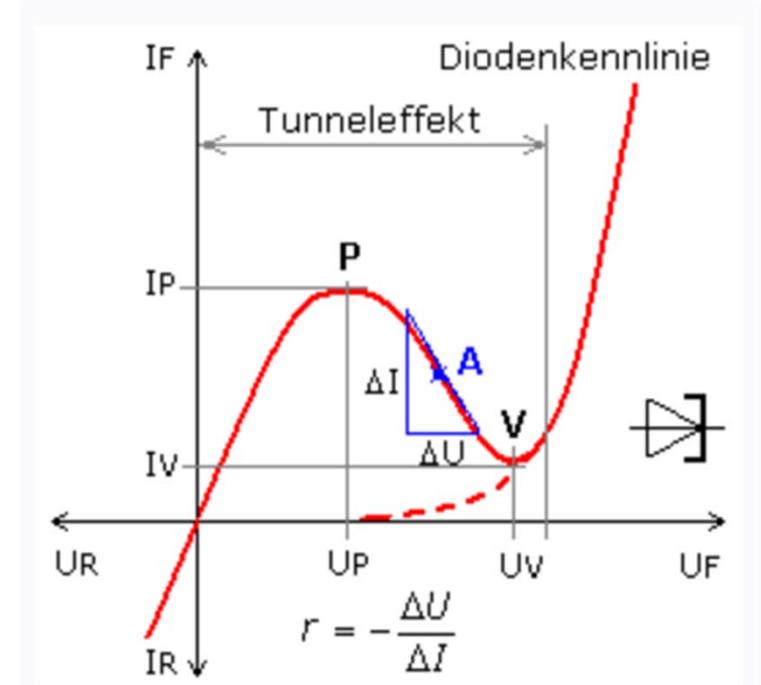
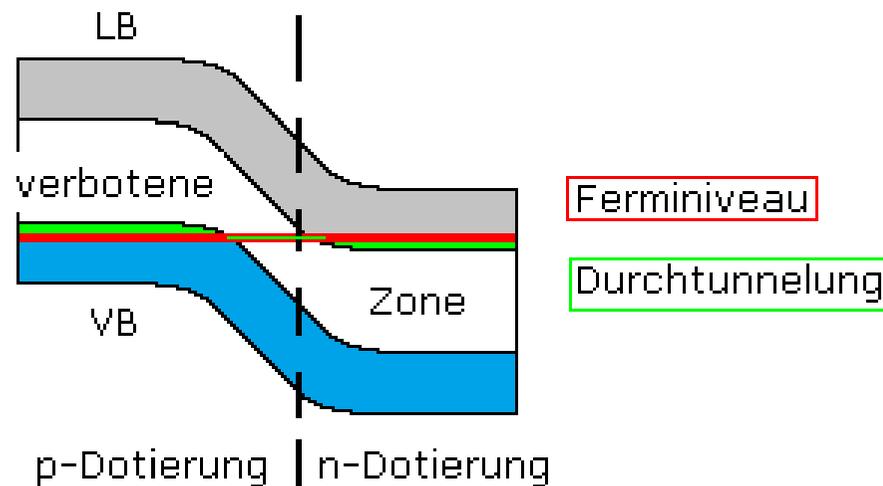
Fig. 5. Energy diagrams at varying bias-conditions in the tunnel diode.

Nobel Lecture, December 12, 1973 by Leo Esaki

Energiebandmodell normaler Halbleiter



Energiebandmodell einer Esakidiode



<https://elektroniktutor.de/bauteilkunde/tunnel.html>

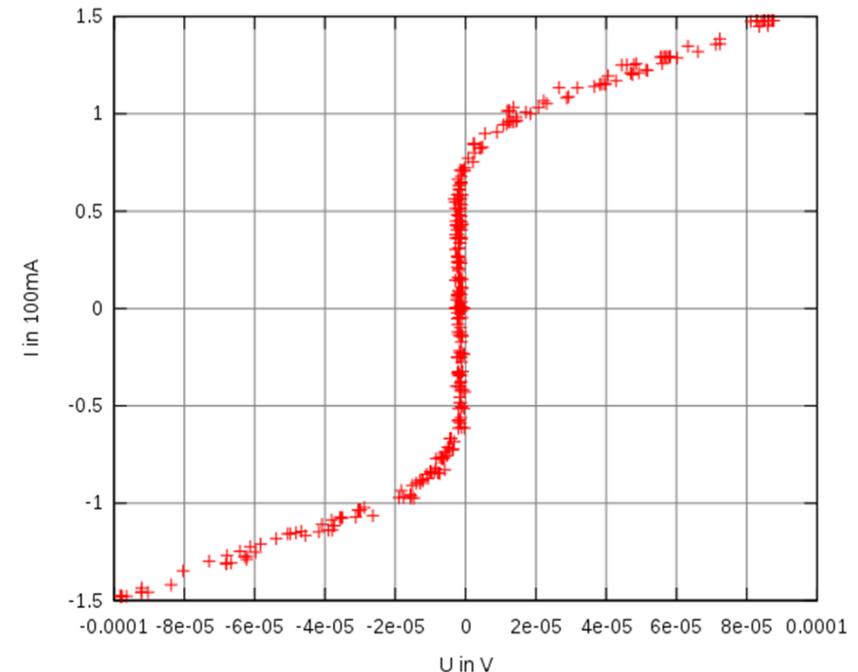
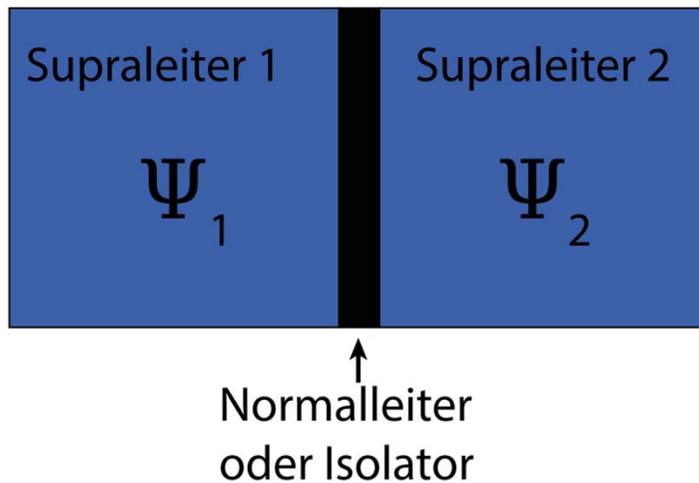


Relevanz von Tunneleffekten

- Kernfusion in Sternen
- Quantenbiologie, chemische Reaktionen
- Alpha-Zerfall
- Zwei-Elektroden-Tunneln
- Feldelektronen- bzw. Feldionenmikroskop
- Tunneldiode
- **Supraleitung (Cooper-Paar-Tunneln)**
- Rastertunnelmikroskop
- Magnetischer Tunnelwiderstand (TMR-Effekt)
- Flash-Speicher
- Photonentunneln

<https://de.wikipedia.org/wiki/Tunneleffekt>

Josephson-Kontakt



I/U-Kennlinie (ohne Magnetfeld)

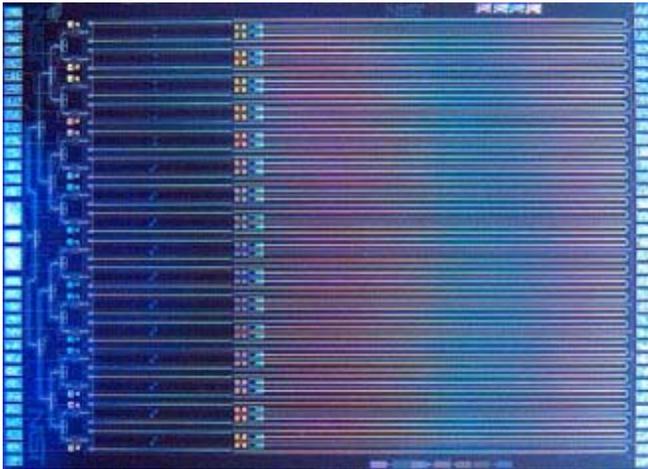
Anlegen eines Stroms an den Kontakt:

- Strom wird übertragen durch Cooperpaare
- Ist die Barriere dünn genug und der Strom klein, so verhält sich der Kontakt wie ein normaler Supraleiter

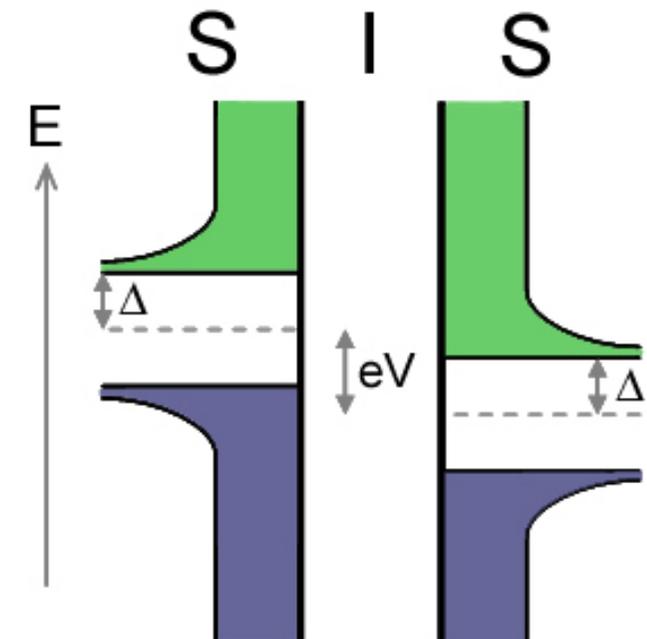
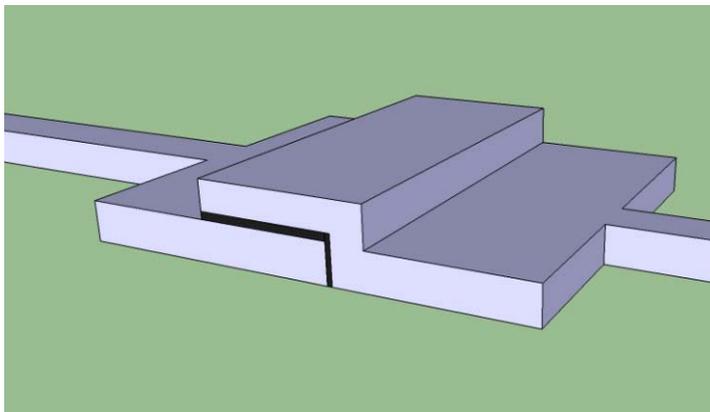
Josephson Effekt (S-N-S-Kontakt)

- Spannungsstandard definiert durch:

$$f_J = \frac{2e}{h} \cdot U$$

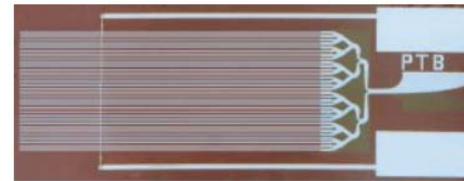


Josephson 10V programmable standard chip containing approximately 300,000 superconducting Josephson junctions (NIST, 2011)

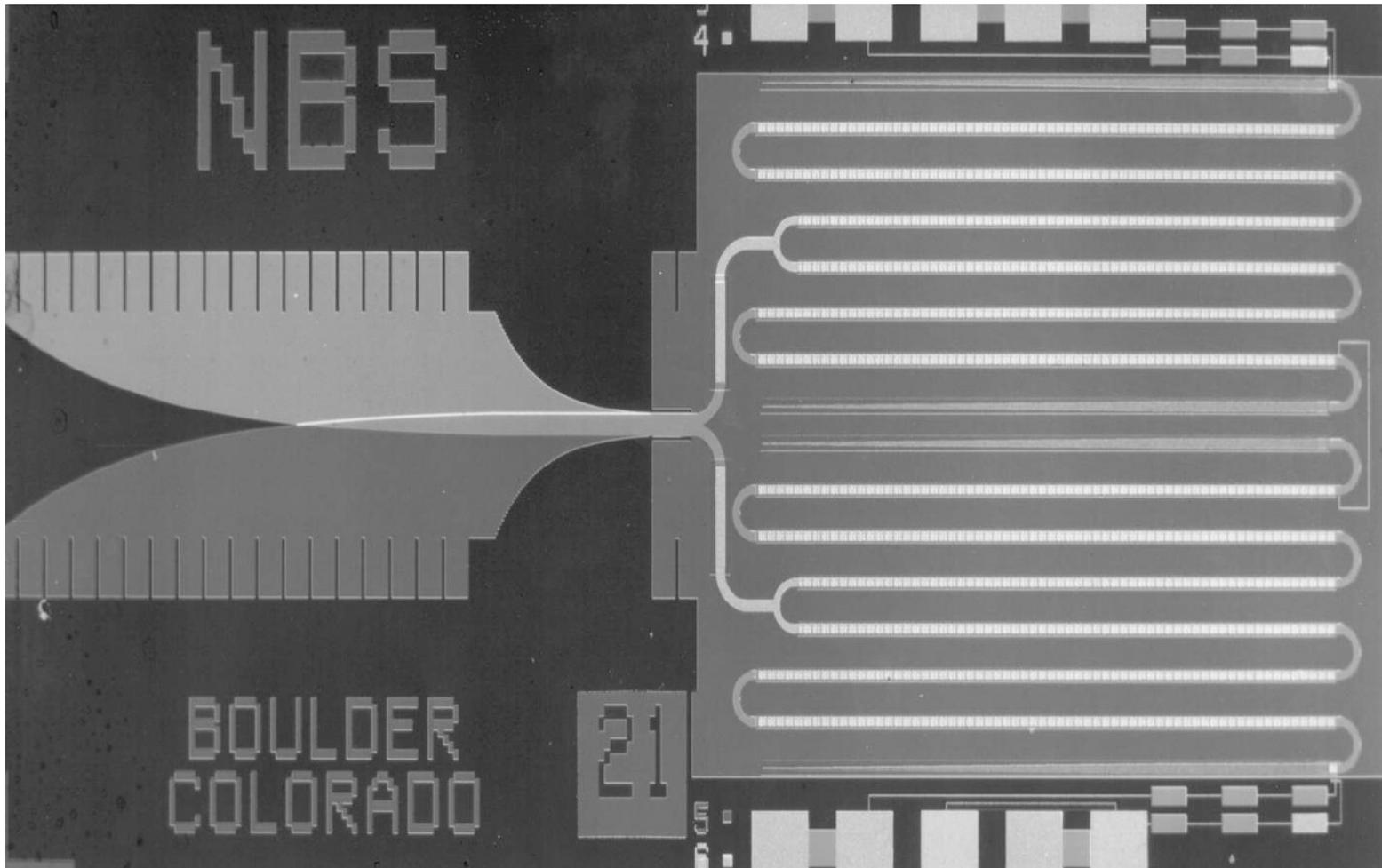




Spannungsnormal 3: Kryo-Spannungsnormal der PTB. Rechts: 10-V-Chip in Behälter für flüssiges Helium bei $T = 4,2$ K; Mitte: Apparaturen mit Mikrowellenversorgung und peripheren Geräten; Rechts oben: Antenne zum Empfang der Normalfrequenz des von der Atomuhr der PTB gesteuerten Langwellensenders DCF 77.

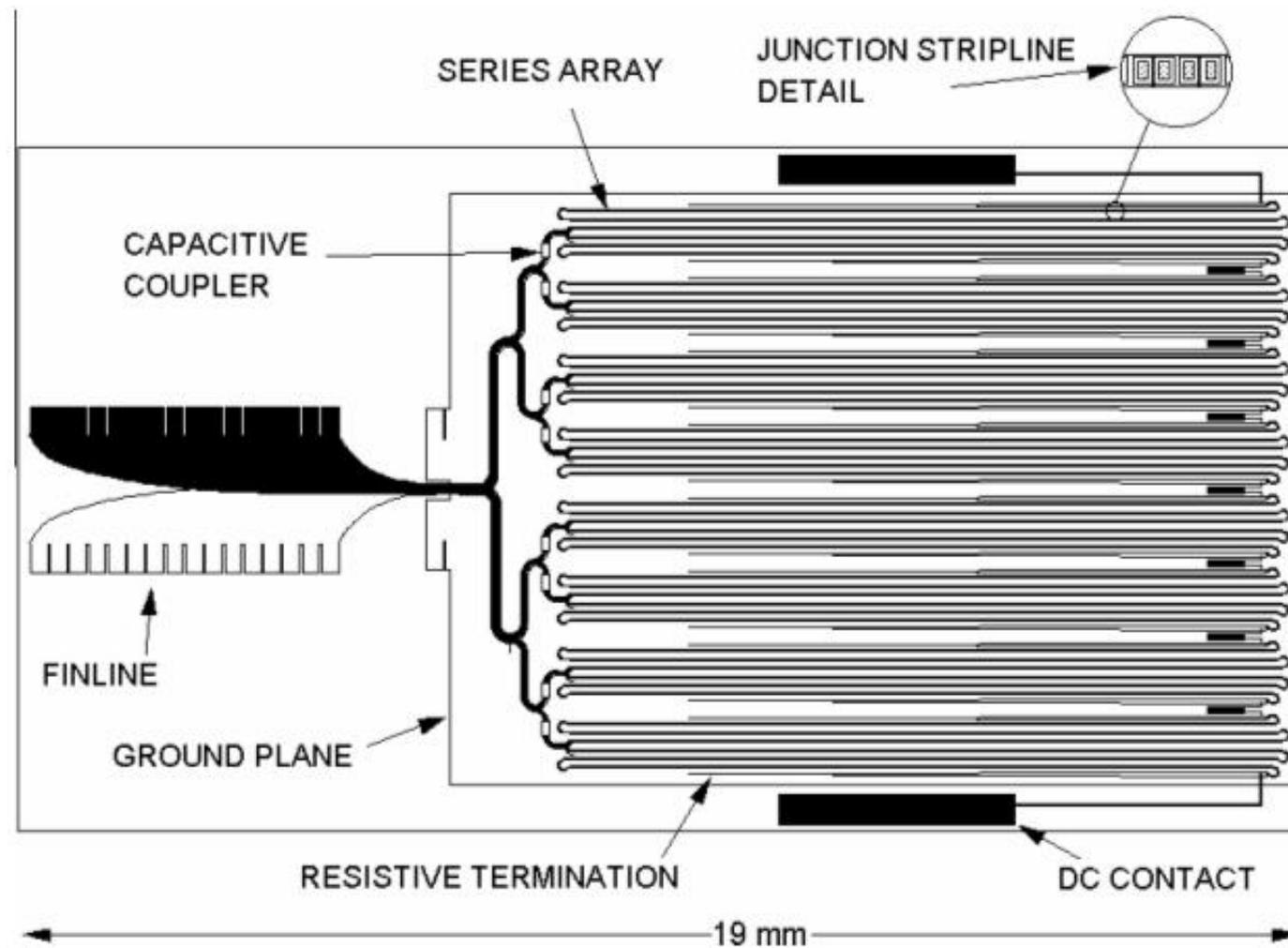


Spannungsnormal 4: 10-V-Chip des Kryo-Spannungsnormal mit 20 000 Josephson-Tunnelementen, Länge 20 mm, Breite 10 mm. Rechts oben und unten wird die Gleichspannung von 10 V als Reihenschaltung aller Tunnelemente abgegriffen. Von rechts wird die Mikrowelle über die Flossenleitung parallel in 64 Streifenleiter eingespeist, die durch Blockkondensatoren gleichstrommäßig getrennt sind. Das linke Viertel der Streifenleitungen bildet den normalleitenden Abschluß mit dem Wellenwiderstand Z_0 .



The layout of a 20 208 junction, 10 V Josephson array voltage standard chip.

https://en.wikipedia.org/wiki/Josephson_voltage_standard



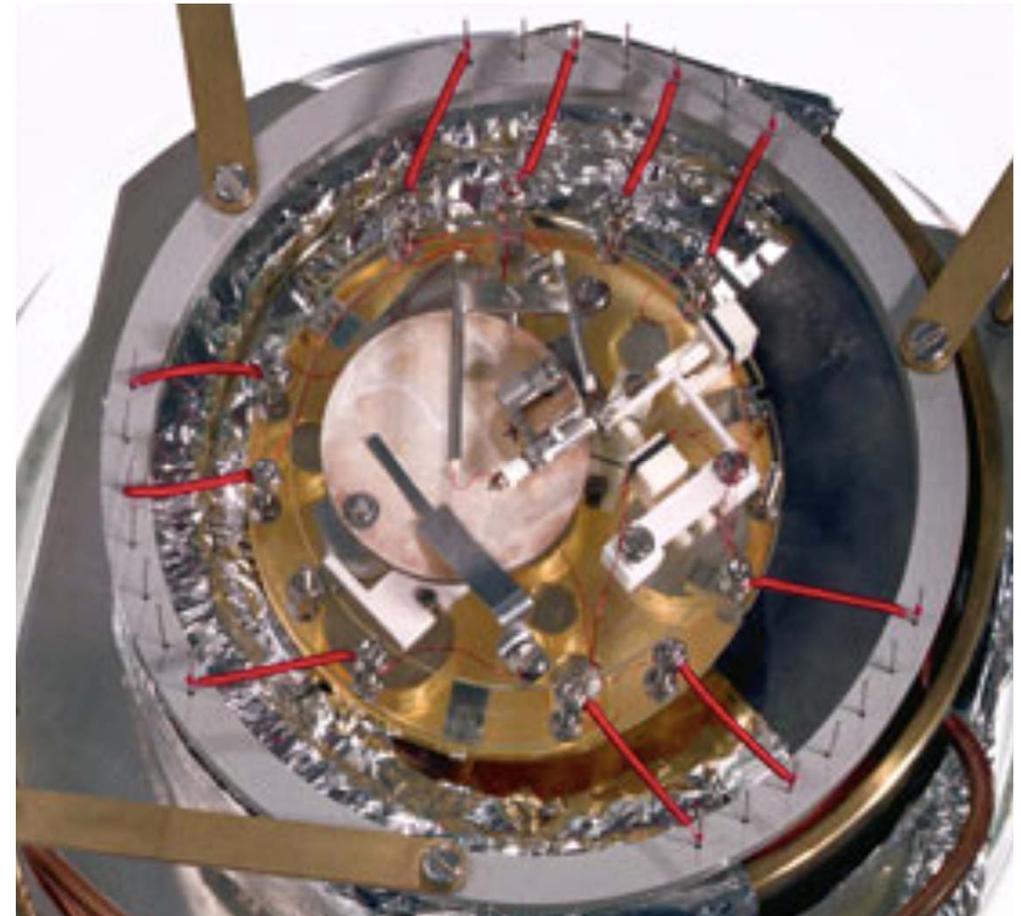
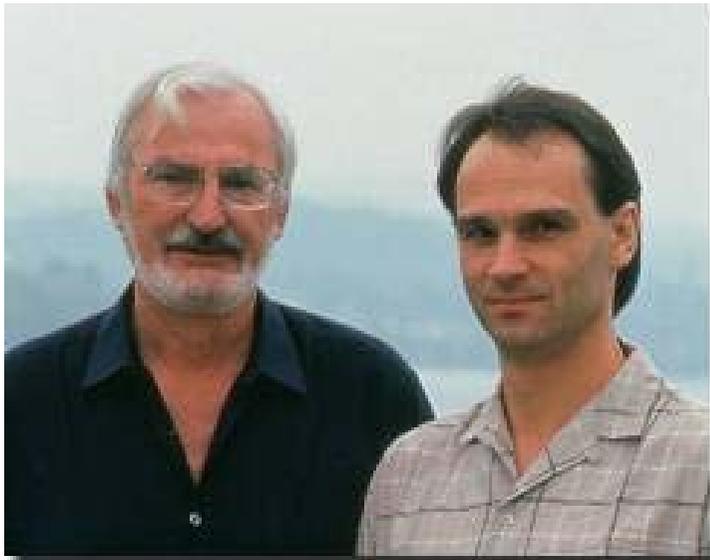
https://en.wikipedia.org/wiki/Josephson_voltage_standard



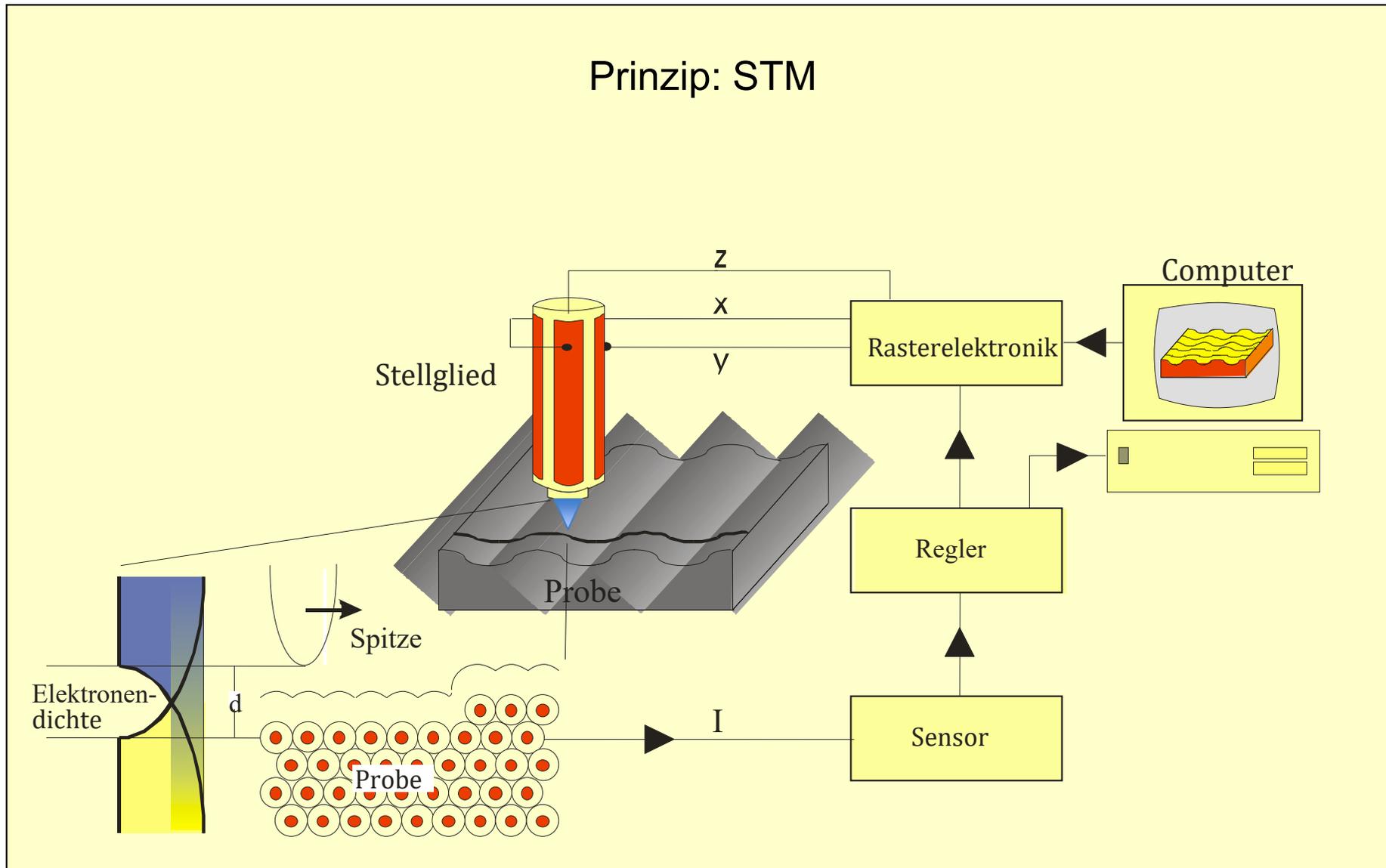
Rastertunnelmikroskop (STM)- Anwendungen

Rastertunnelmikroskop (STM)

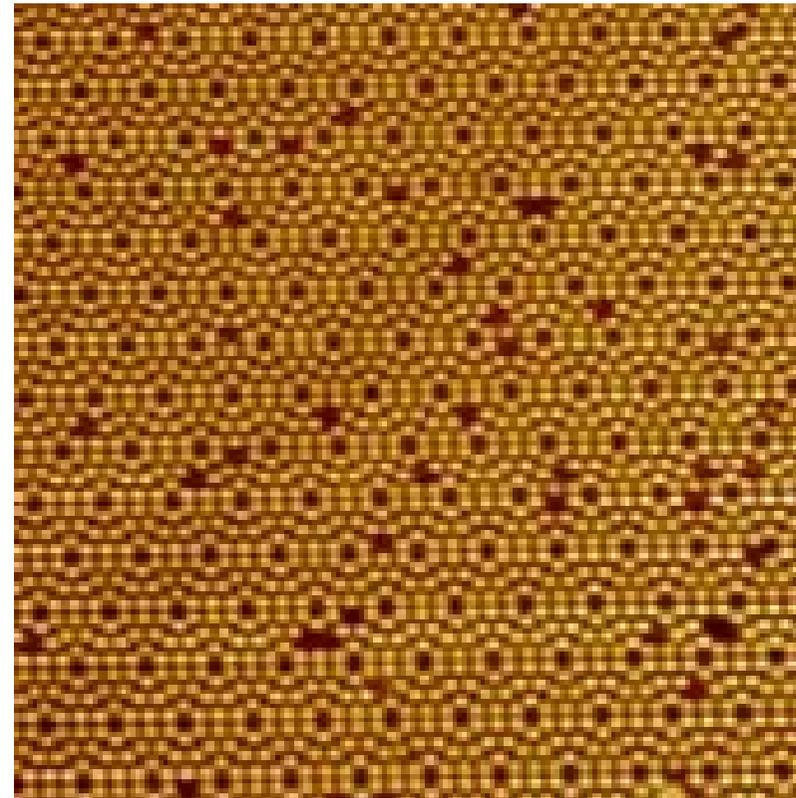
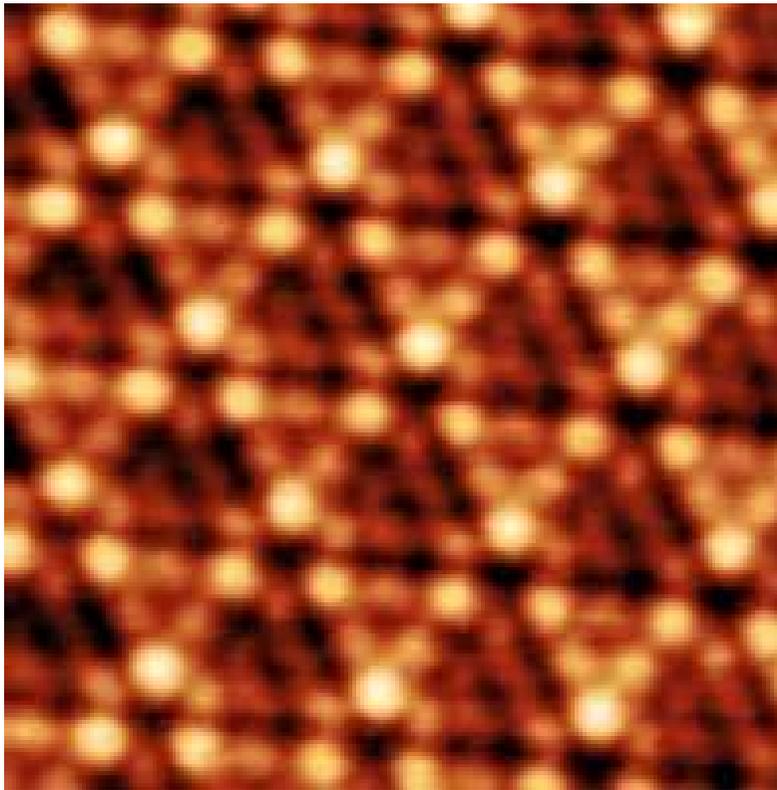
- G. Binnig und H. Rohrer, IBM Zürich, 1981
- Nobelpreis für Physik 1986
- Trigger für eine Vielzahl von Anwendungen der Rastersondenmikroskopie



Nachbau des ersten STM
Deutsches Museum München



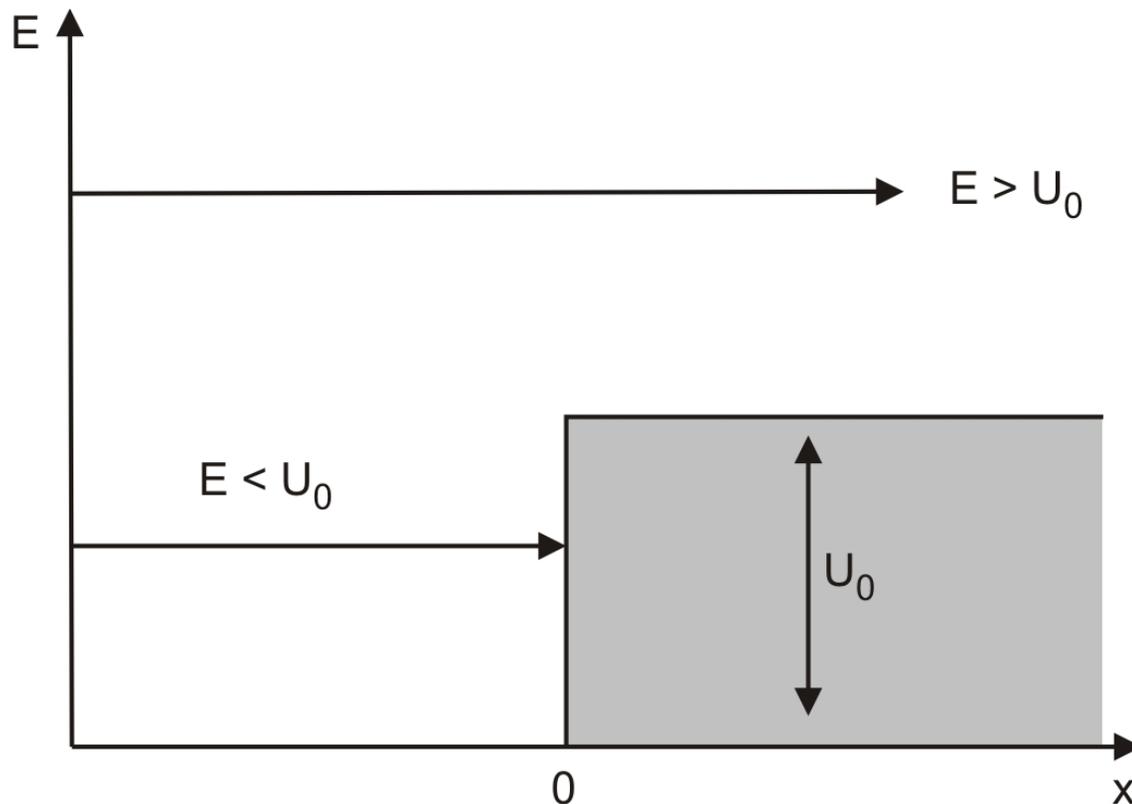
- Si(7x7) als Standardtestprobe





3.2 Grundlagen des Tunnelns

Elektronstreuung an einer Potentialstufe



$$U(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ U_0 & , x \geq 0 \end{cases}$$

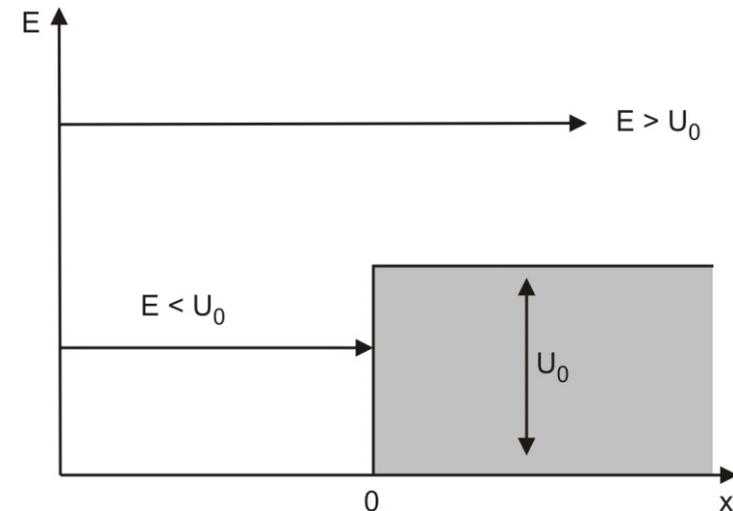
zeitunabhängiges
Potential



Elektronstreuung an einer Potentialstufe

Fragestellung:

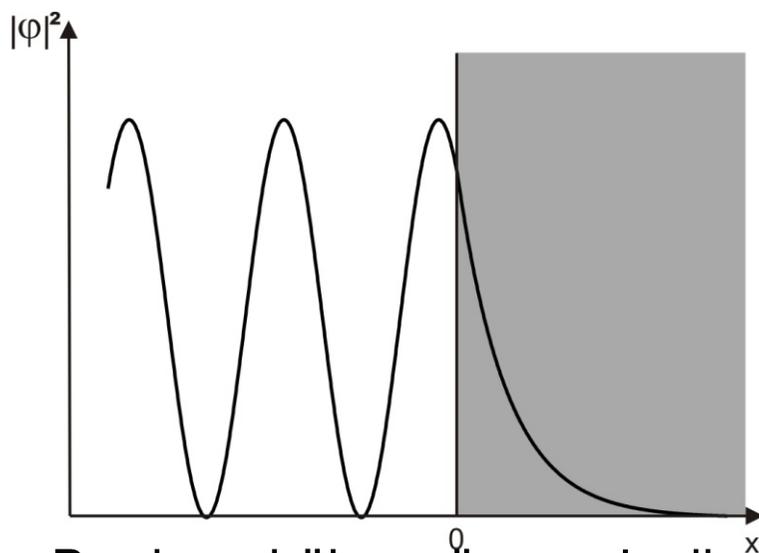
- Wie ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen nahe der Potentialstufe?
- Lösen der Schrödingergleichung
- Beachten von Randbedingungen



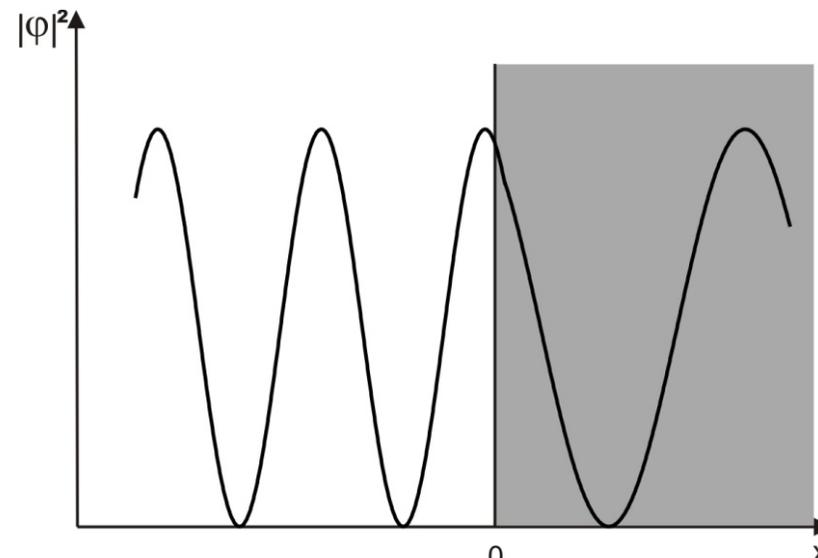
Elektronstreuung an einer Potentialstufe

Ergebnis:

- Stationäre Lösungen sind stehende Wellen
- Lassen sich mit dem STM direkt beobachten

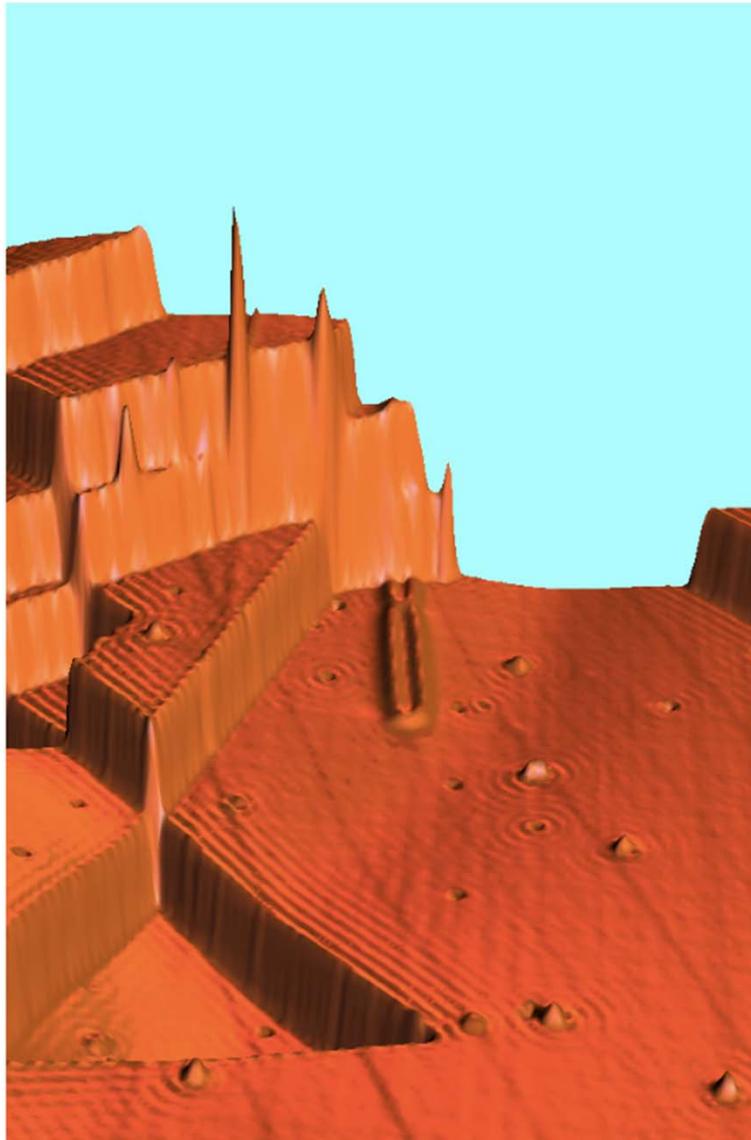


Barrierrhöhe grösser als die kinetische Energie der Teilchen



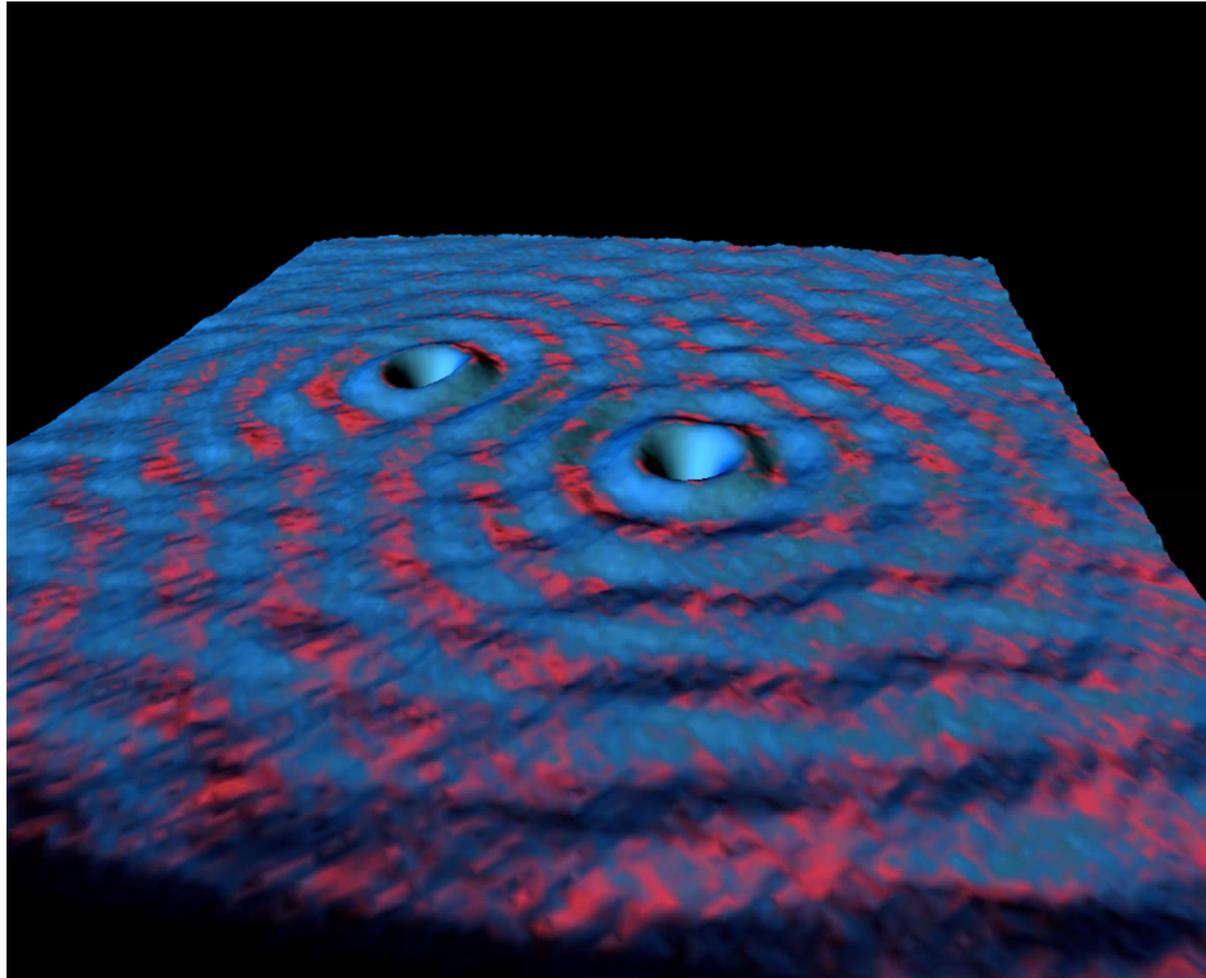
Barrierrhöhe geringer als die kinetische Energie der Teilchen

Stehende Elektronenwellen



<http://researcher.watson.ibm.com/researcher/files/us-flinte/copper3.tif>

Stehende Elektronenwellen



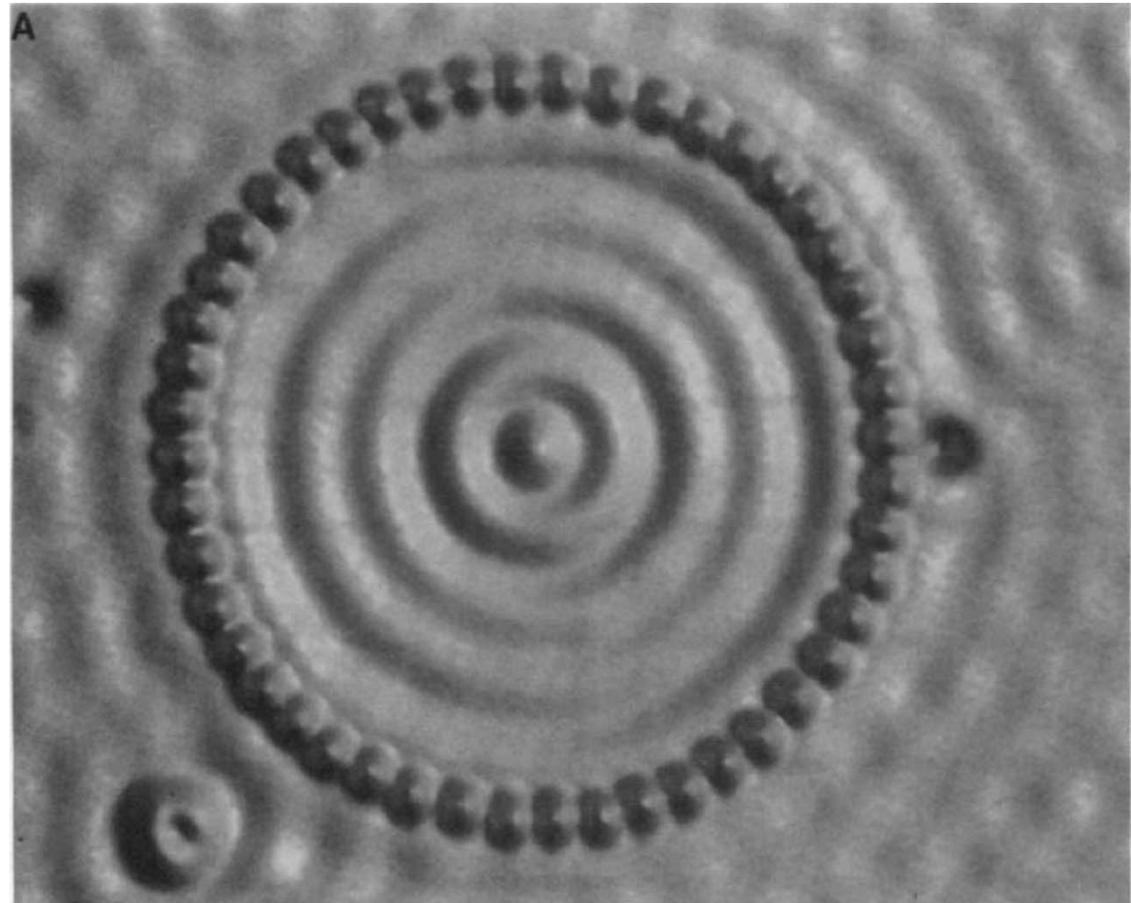
http://researcher.watson.ibm.com/researcher/view_group_subpage.php?id=4249

Stehende Elektronenwellen

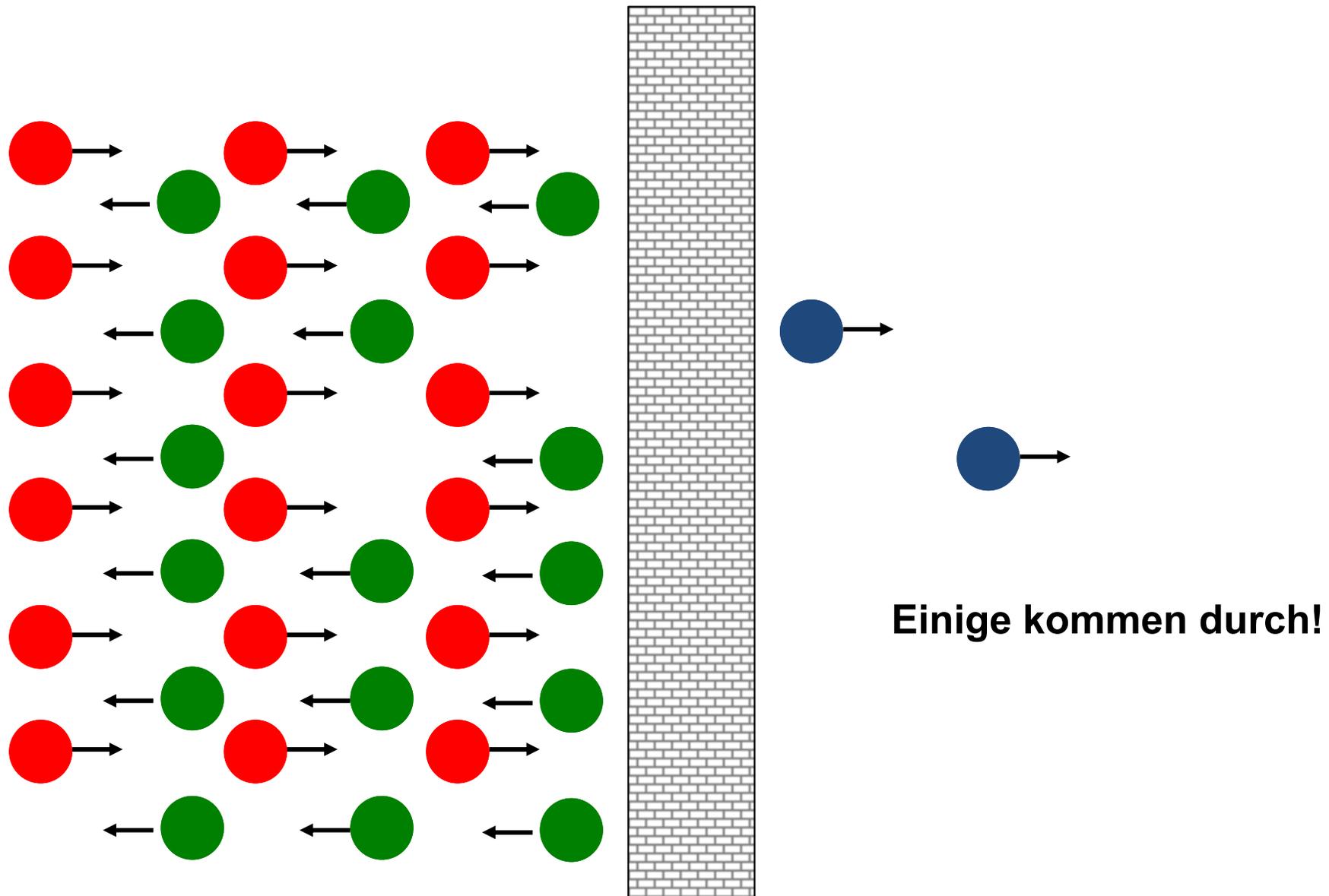
STM-Bild der Eigenzustände eines "Quantum coral" bestehend aus 48 Fe Atomen auf einer Cu(111) Oberfläche.

Durchmesser der Struktur 142.6 Å

Friedel-Oszillationen



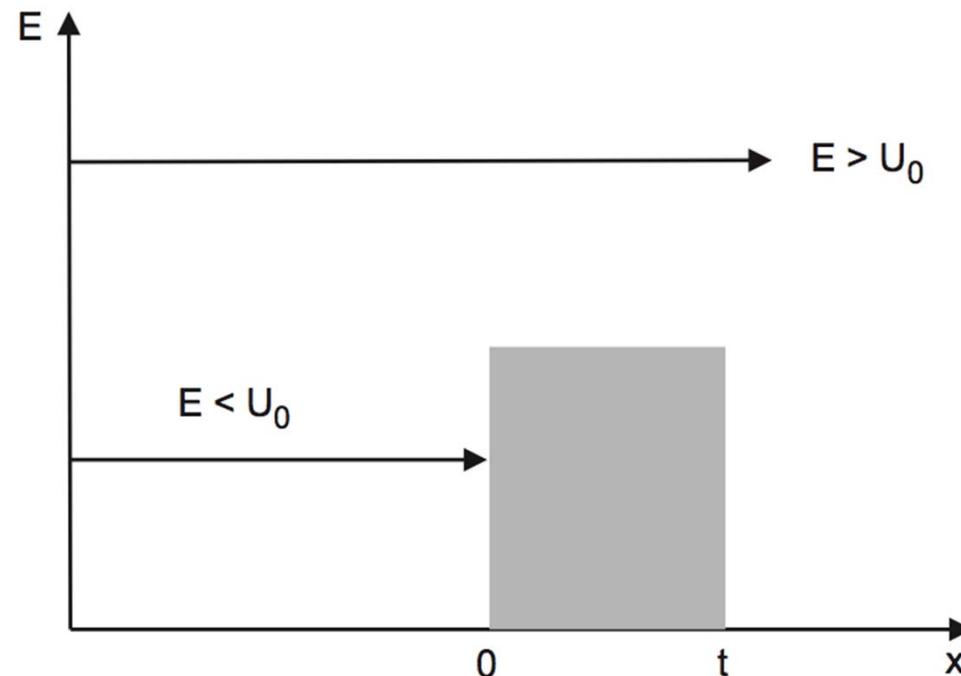
M.F. Crommie et al., Science 262, 218 (1993)



Tunneln: Elektronen an einer Potentialbarriere

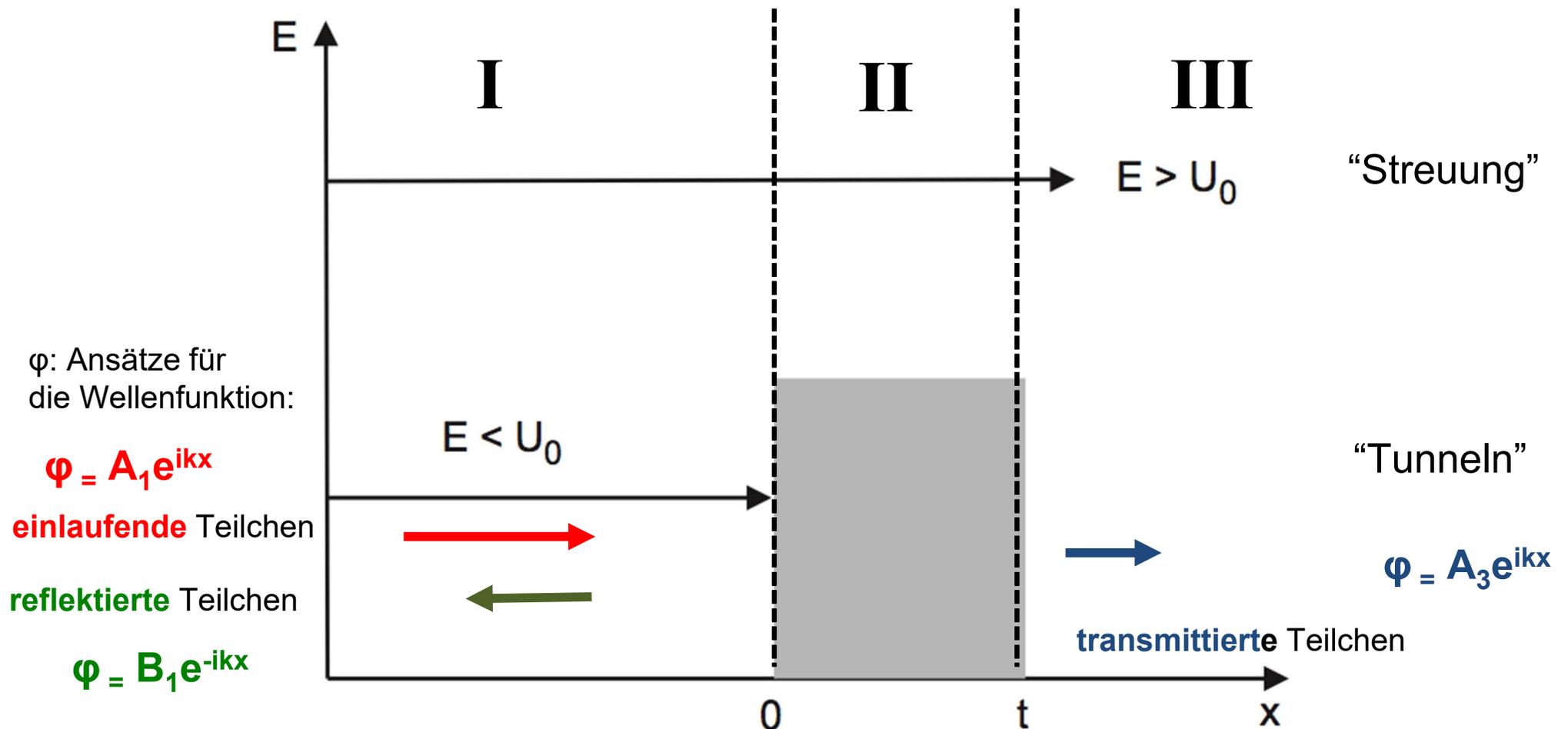
Quantenmechanische Betrachtung

- Lösen der Schrödingergleichung (SG)
- Beachten von Randbedingungen (RB)



Lösungsansatz

- Lösen der SG für I, II und III, Beachten der RB





Reflexion (R) und Transmission (T)

- Bestimmung der Koeffizienten A_1 , B_1 und A_3 aus SG und RB
- RB: φ und $d\varphi/dx$ stetig bei $x = 0$ und $x = t$

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} \quad T = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$$

$$R + T = 1$$



Ergebnisse der Rechnung:

$E < U_0$ "Tunneffekte"

$$R = \frac{\sinh^2(\kappa t)}{(2\kappa k)^2 / (\kappa^2 + k^2)^2 + \sinh^2(\kappa t)}$$

$$T = \frac{1}{1 + (\kappa^2 + k^2)^2 \sinh^2(\kappa t) / (2\kappa k)^2}$$

$$\kappa^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2} \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

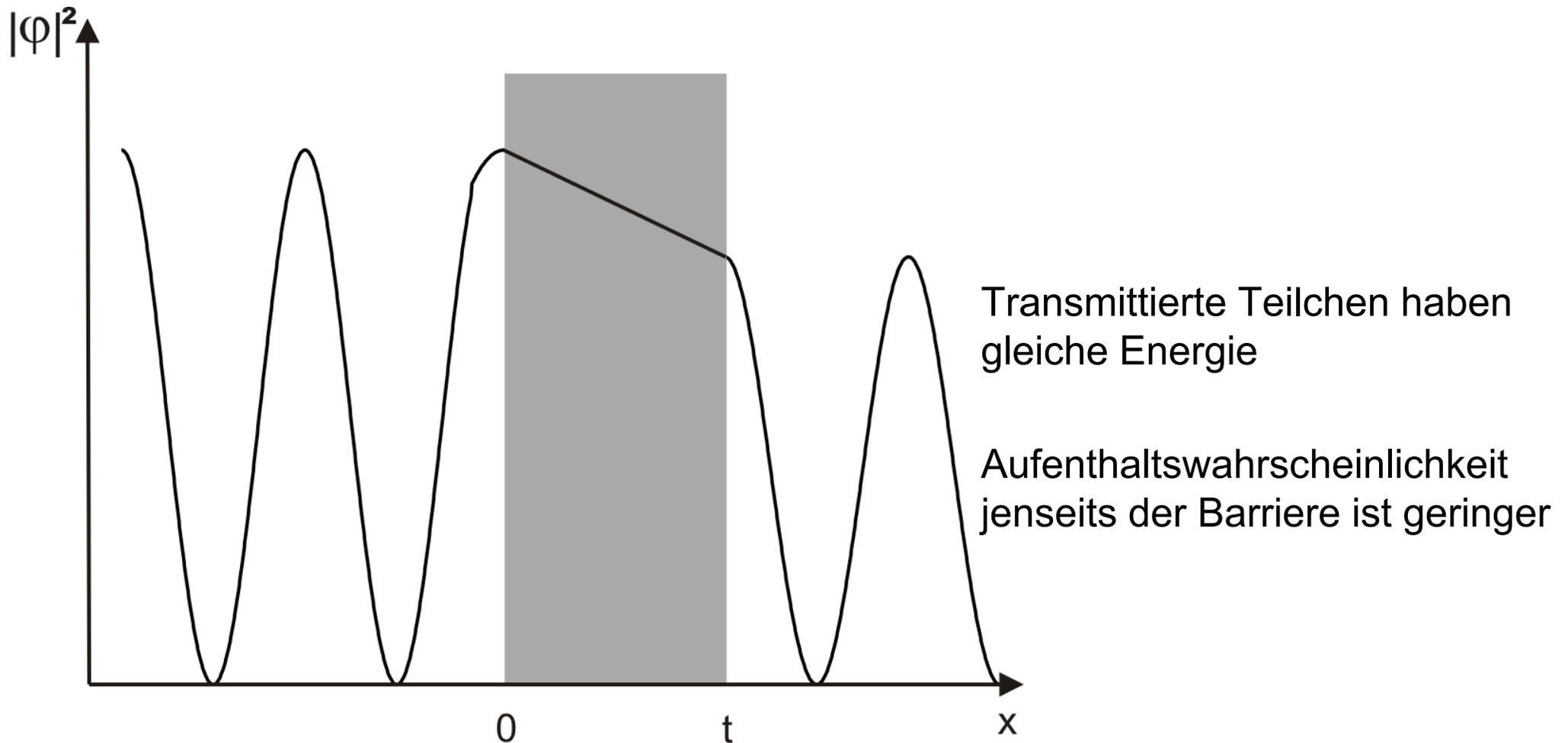
$E > U_0$ "Streuung"

$$R = \frac{\sin^2(\kappa t)}{(2\kappa k)^2 / (k^2 - \kappa^2)^2 + \sin^2(\kappa t)}$$

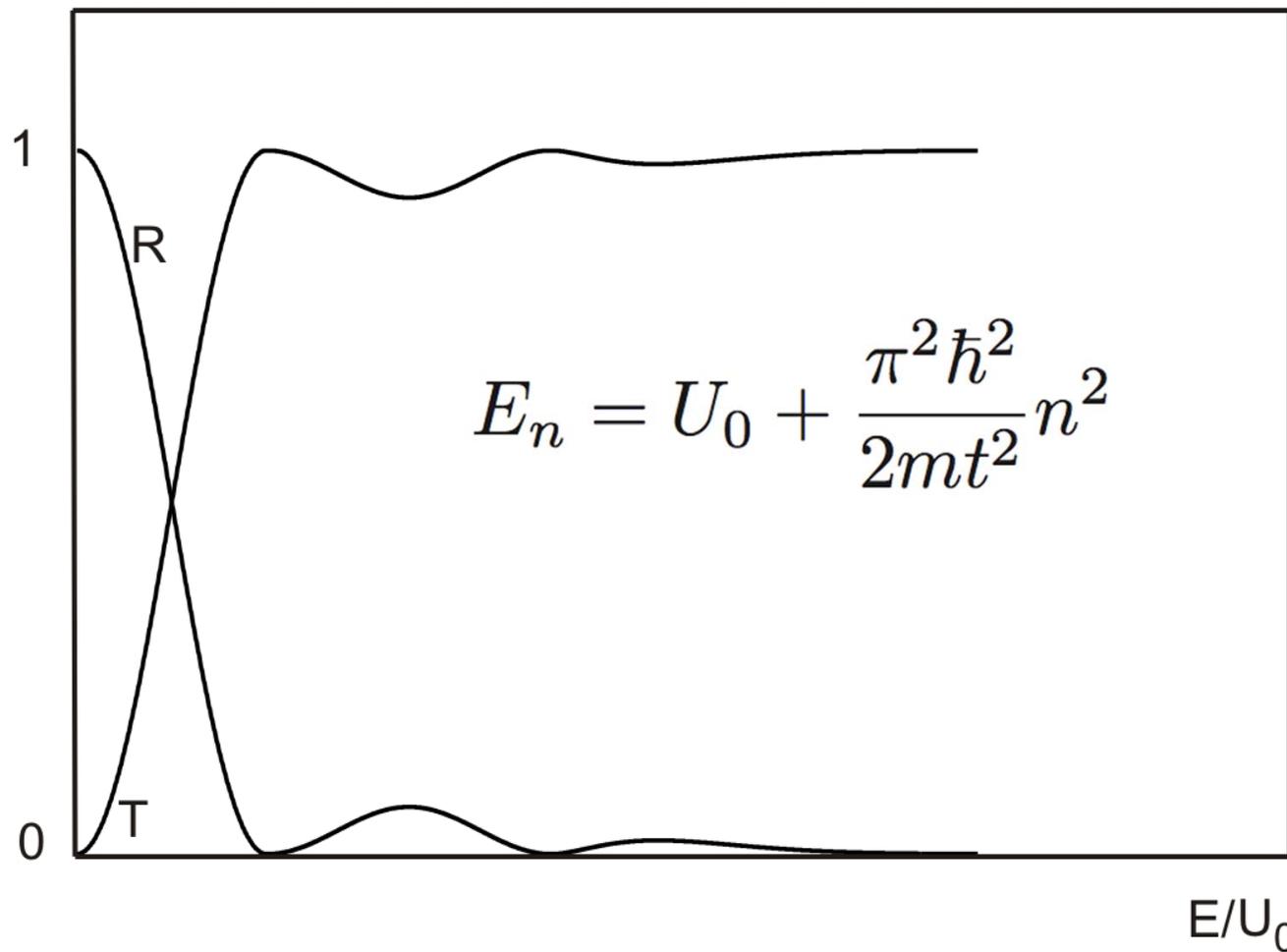
$$T = \frac{1}{1 + (k^2 - \kappa^2)^2 \sin^2(\kappa t) / (2\kappa k)^2}$$

$$\kappa^2 = \frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2} \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Teilchen in der Nähe der Potentialbarriere für den Tunneleffekt



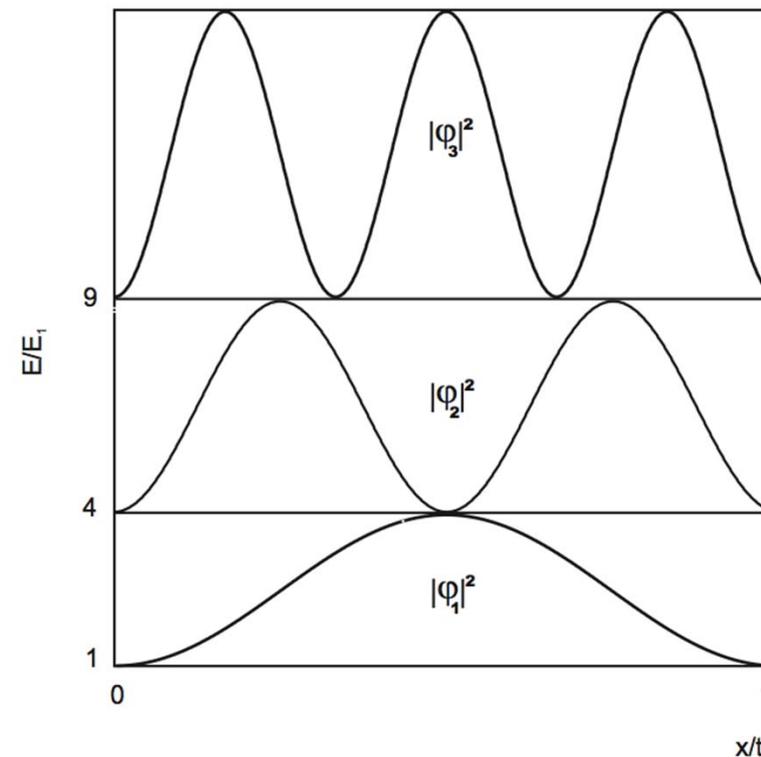
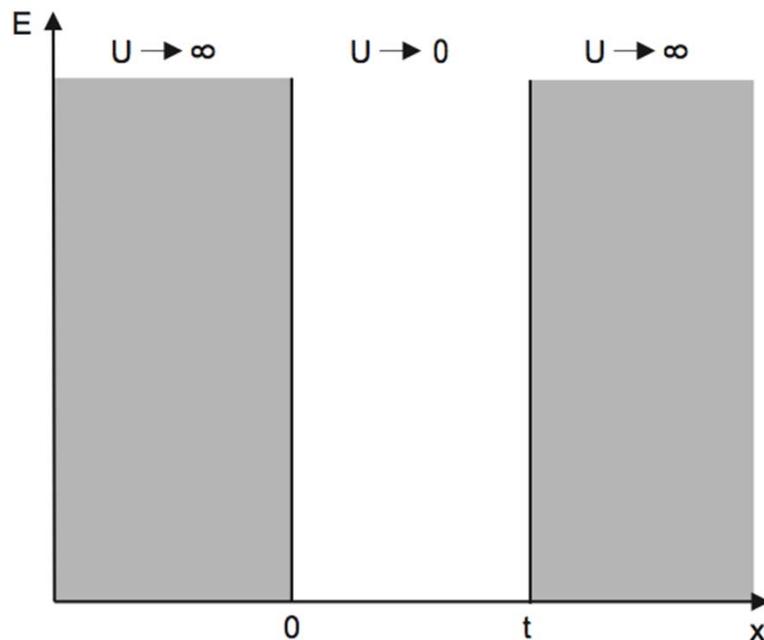
Reflexion und Transmission "Streuung" $E > U_0$



Maximale Transmission bei $E > U_0$: „Streuung“

- $E \gg U_0$ „klassisch zu erwartende Situation“
- Resonanzfall:

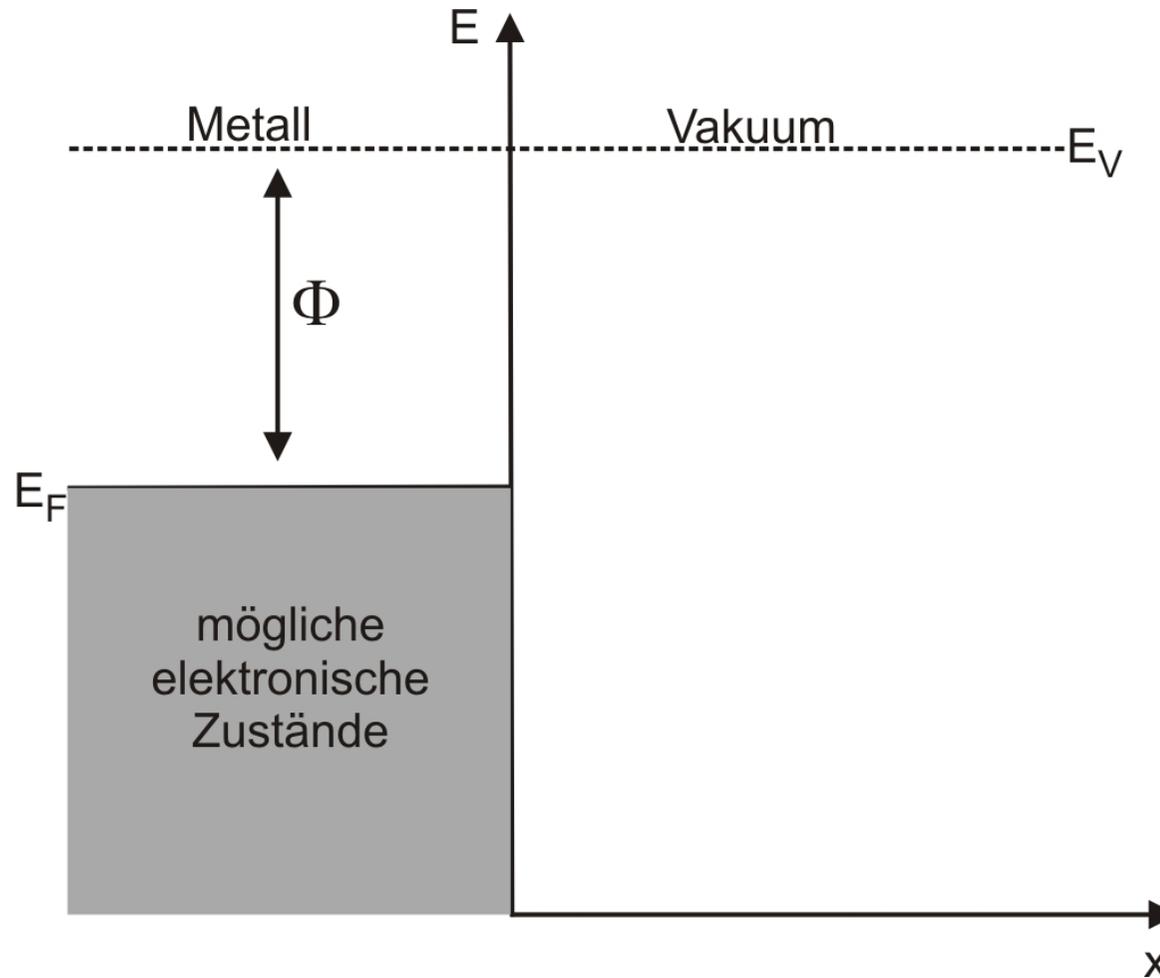
$$E_n = U_0 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mt^2} n^2$$





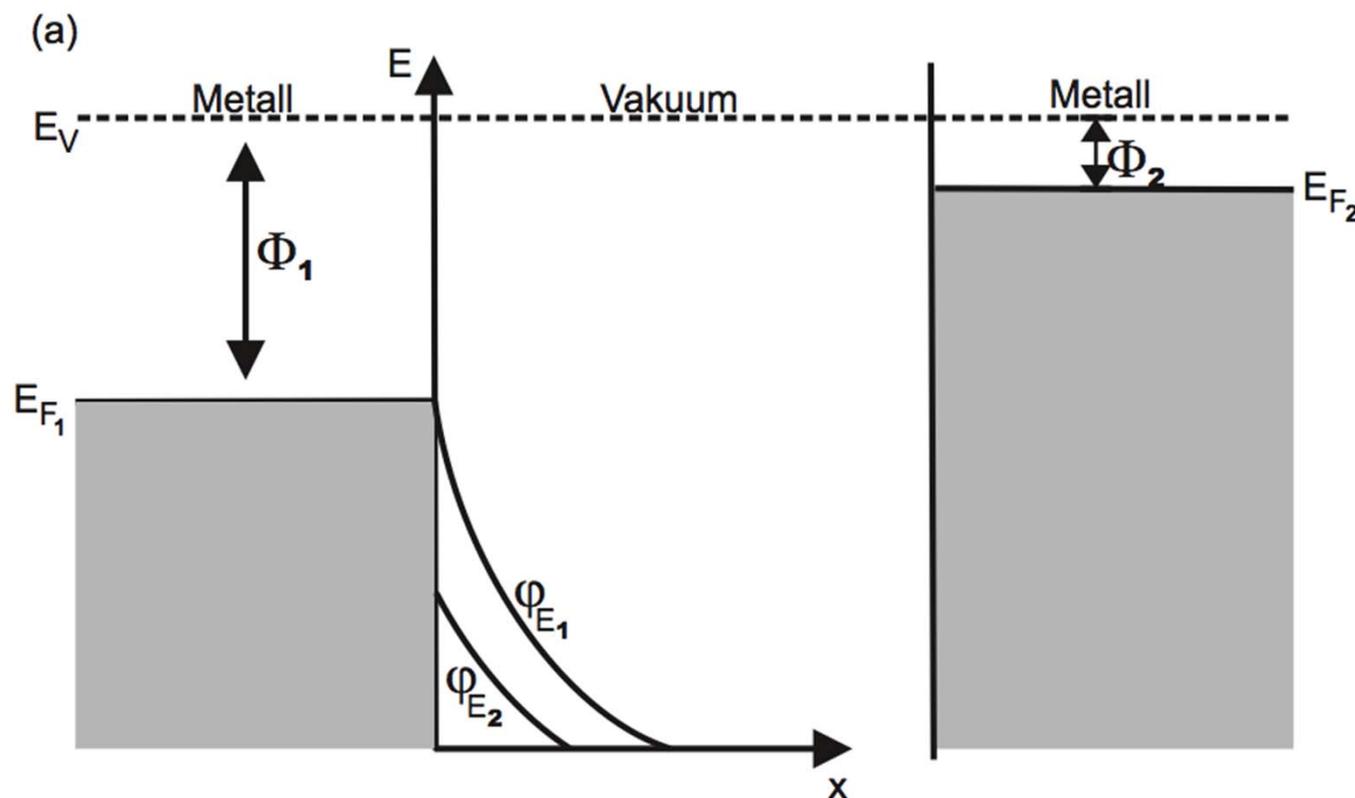
3.3 Tunnelkontakte

Tunnelkontakte: Austrittsarbeit



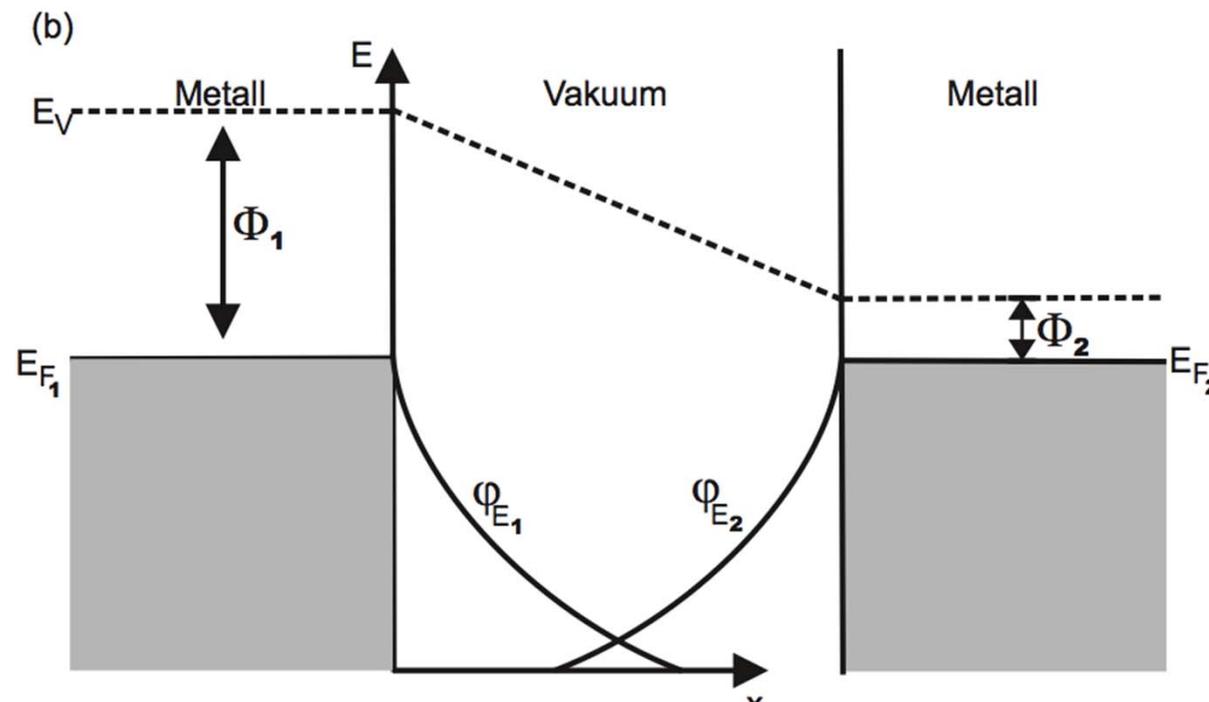
Tunnelkontakte: Metallische Kontakte ohne Wechselwirkung

- Wellenfunktionen überlappen nicht



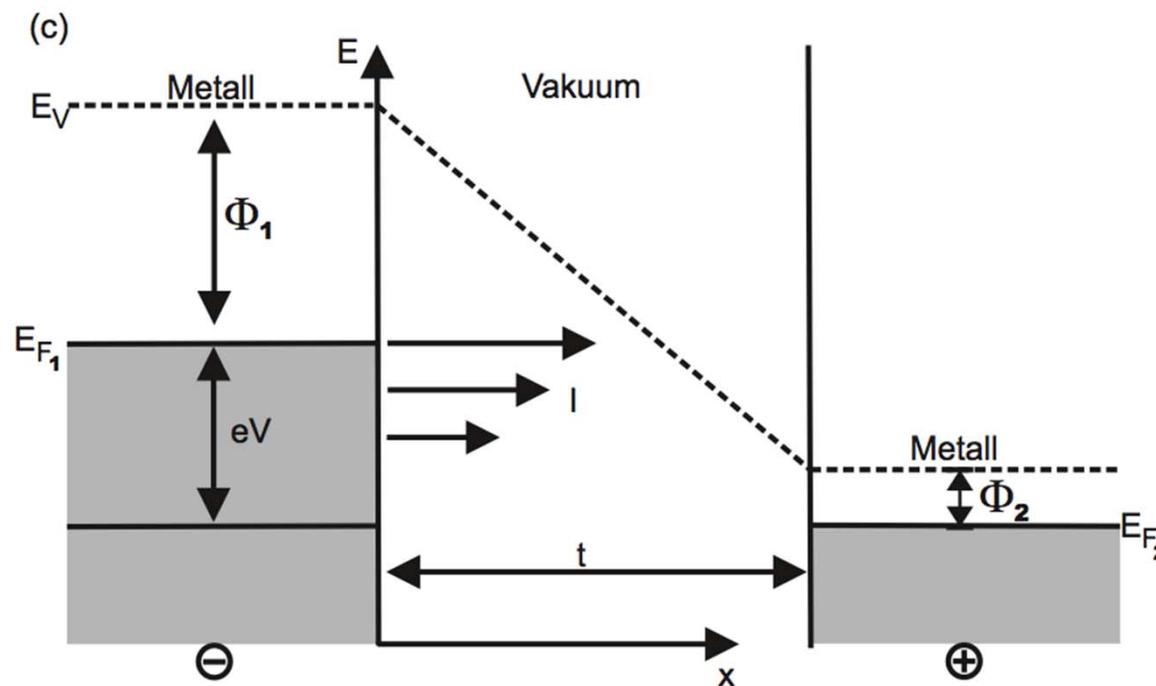
Tunnelkontakte: Metallische Kontakte mit Wechselwirkung

- Wellenfunktionen überlappen
- Angleichen des Fermi Niveaus im Kontaktbereich
- Kontaktspannung ($\phi_1 - \phi_2$) (Potentialdifferenz)



Tunnelkontakte: Metallische Kontakte mit Wechselwirkung

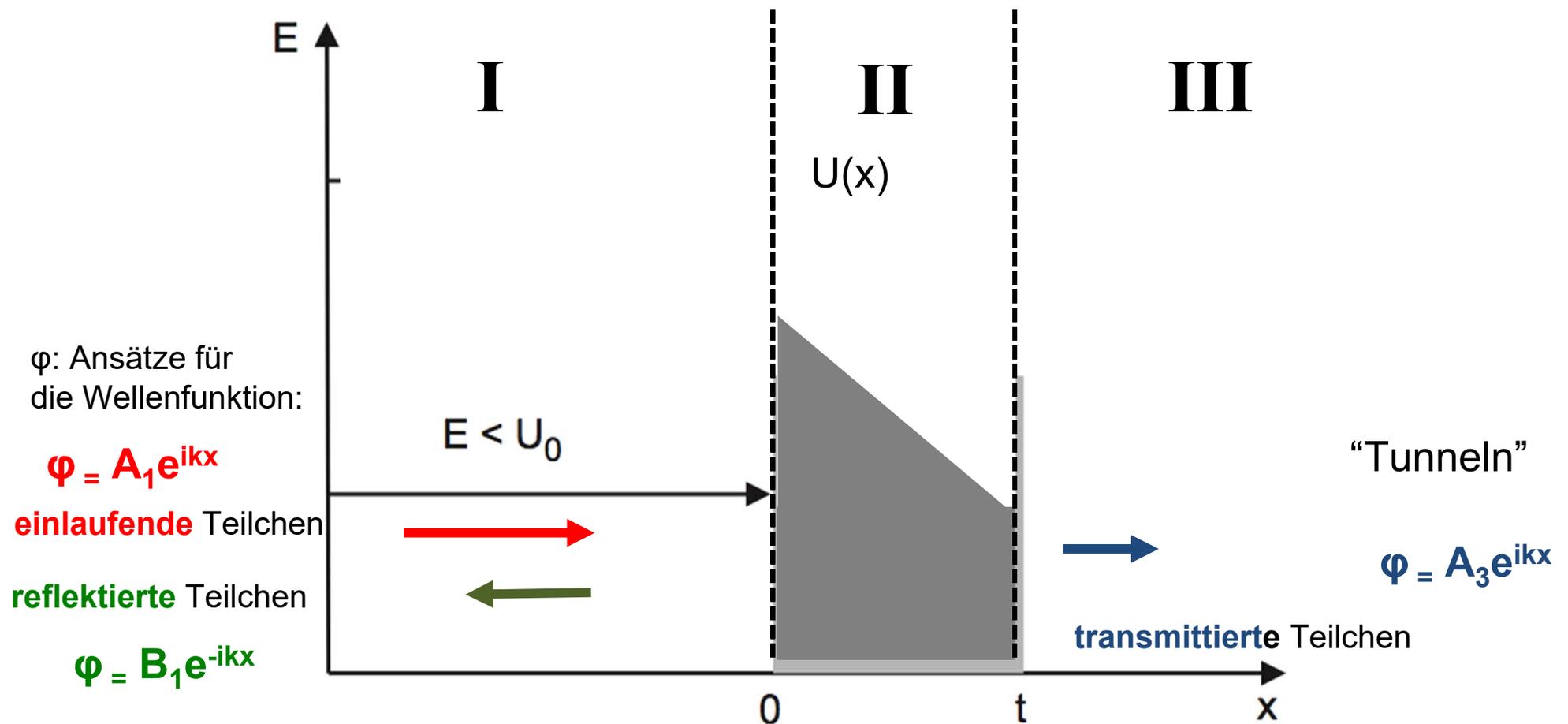
- Anlegen einer Spannung
- Tunnelstrom



Tunnelkontakte: Ortsabhängige Barriere

- **Lösungsansatz**

- Lösen der SG für I, II und III, beachten der RB



Tunnelkontakte: $I(V)$ Abhängigkeit

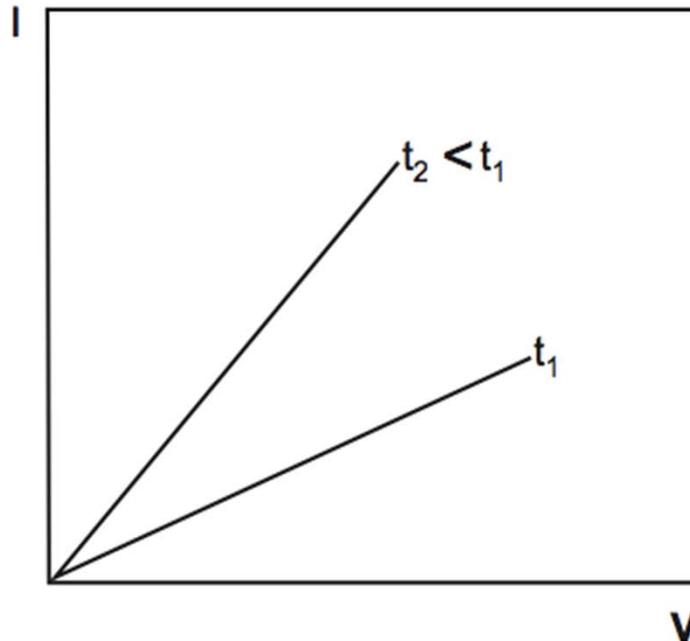


Abb. 3.11: Tunnelstrom als Funktion der angelegten Spannung im Kleinsignalregime für zwei unterschiedliche Dicken der Potentialbarriere.

Kleinsignalnäherung
Ohmscher Tunnelwiderstand

$$j = \frac{e^2}{8\pi^2\hbar} \frac{k_0 V}{t} \exp(-k_0 t) \quad \frac{1}{k_0} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2m\Phi}}$$

Abklinglänge

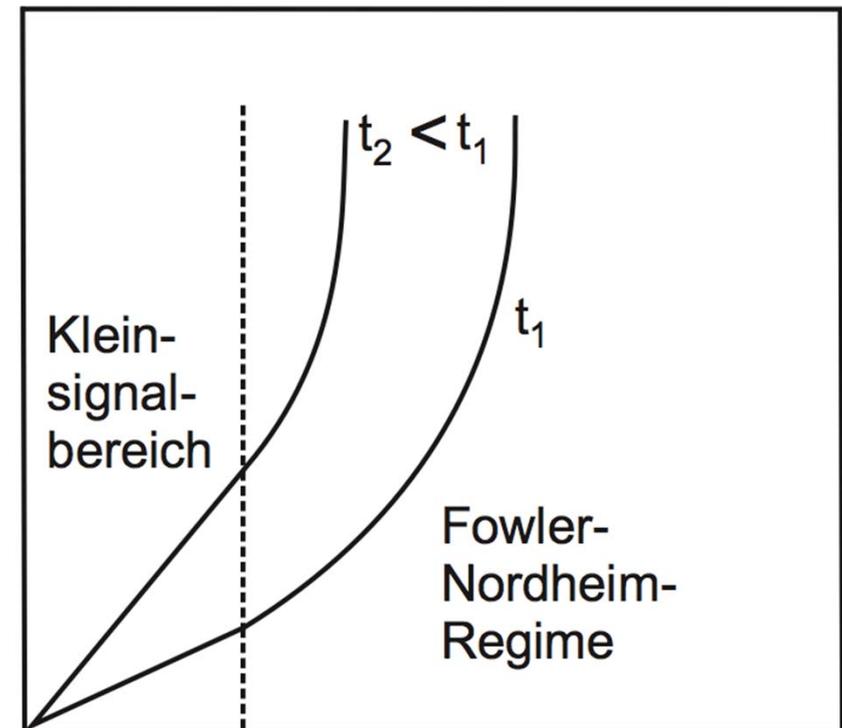
Tunnelkontakte: $I(V)$ Abhängigkeit

- **Hohe Spannungen**
 - Situation ist analog zur Feldemission

Fowler – Nordheim Tunneln

$$j = \frac{e^3 V^2}{16\pi^2 \hbar t^2 \Phi} \exp\left(-\frac{2k_0 \Phi t}{3eV}\right),$$

Stromdichte

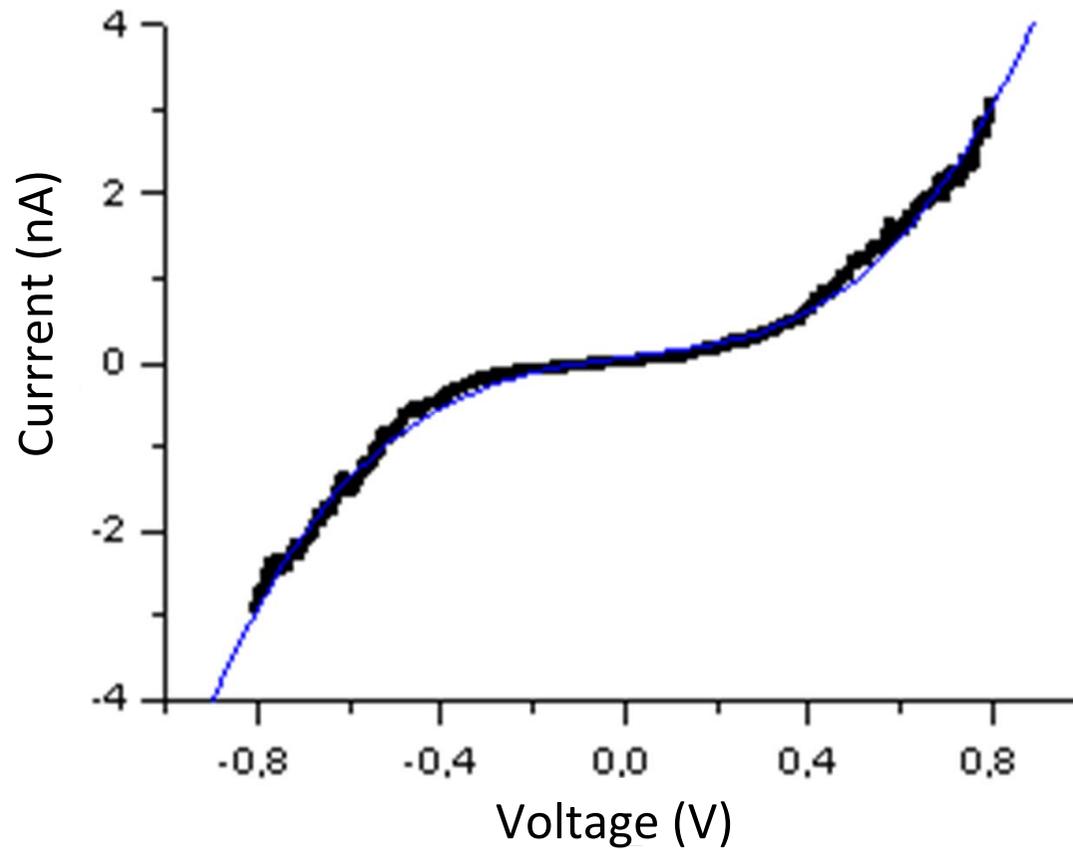


Electron Emission in Intense Electric Fields

Author(s): R. H. Fowler and L. Nordheim

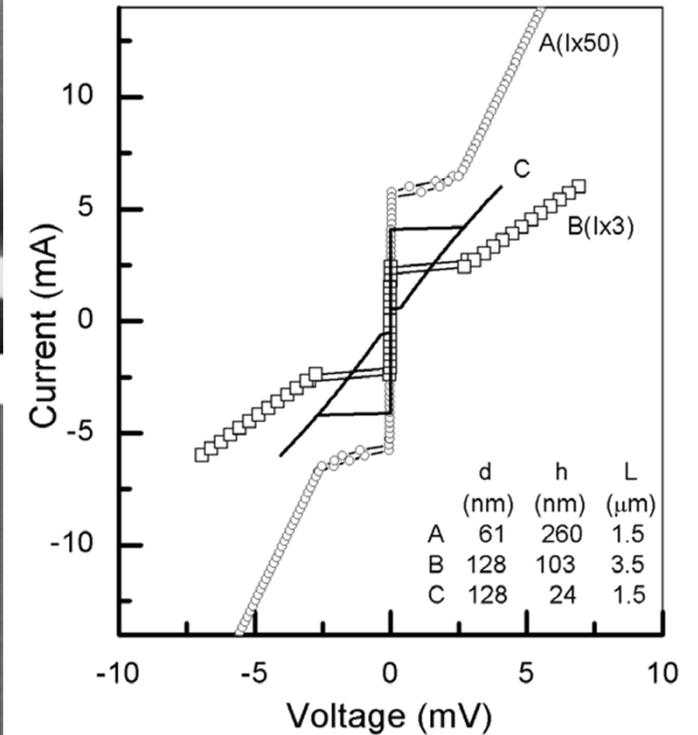
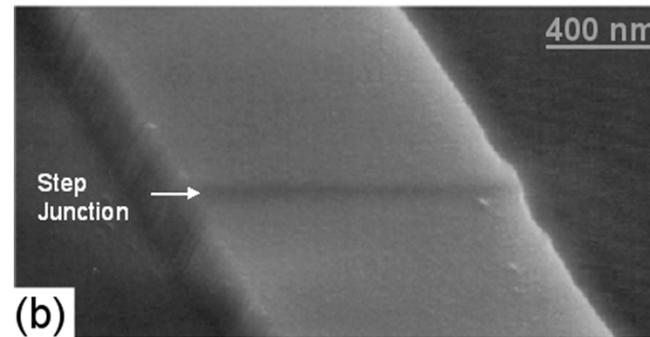
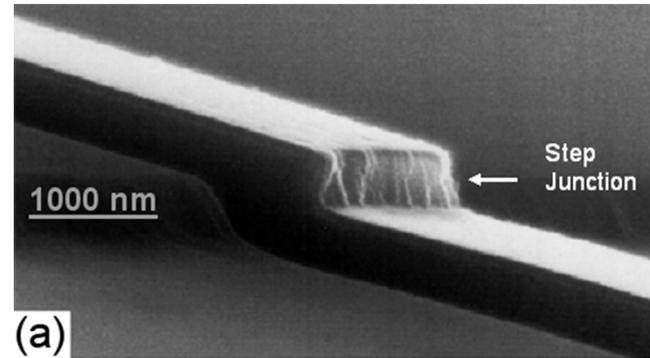
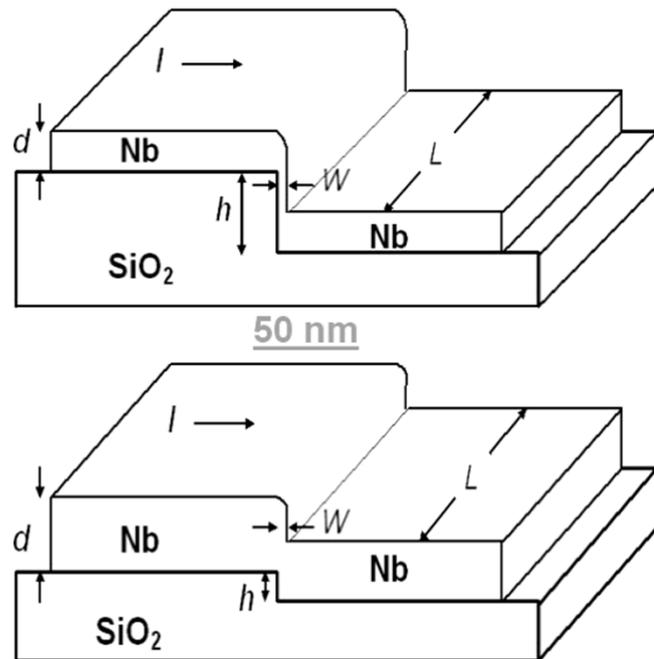
Source: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, Vol. 119, No. 781 (May 1, 1928), pp. 173-181

Published by: The Royal Society

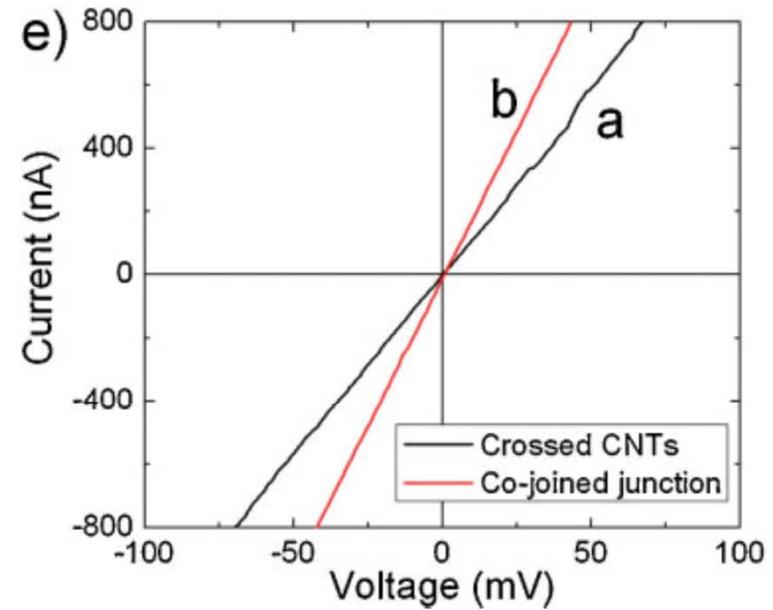
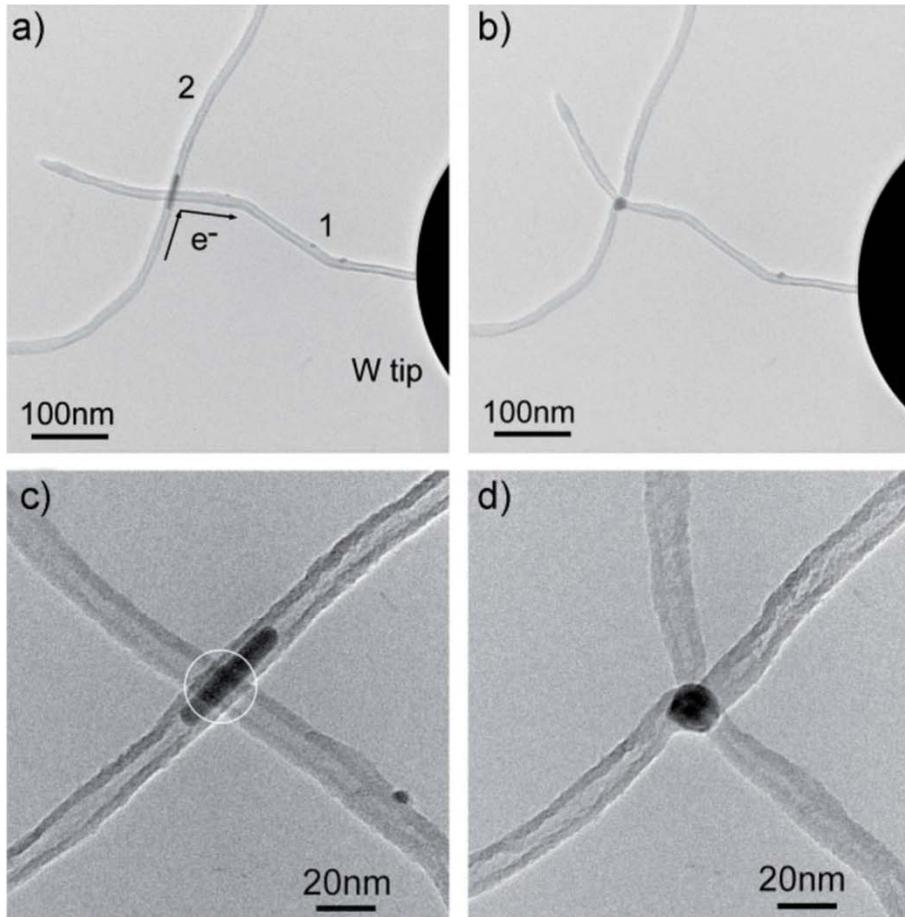


<https://www.ntmdt-si.com/>

Stufenkontakt



N Savvides, Supercond. Sci. Technol. 21, 045013 (2008)



J. A. Rodriguez-Manzo et al., Adv. Mater., 21, 4477 (2009)

Das Klein-Paradoxon: Dirac-Fermionen in Graphen

**Die Reflexion von Elektronen an einem Potentialsprung
nach der relativistischen Dynamik von Dirac.**

Von **O. Klein** in Kopenhagen.

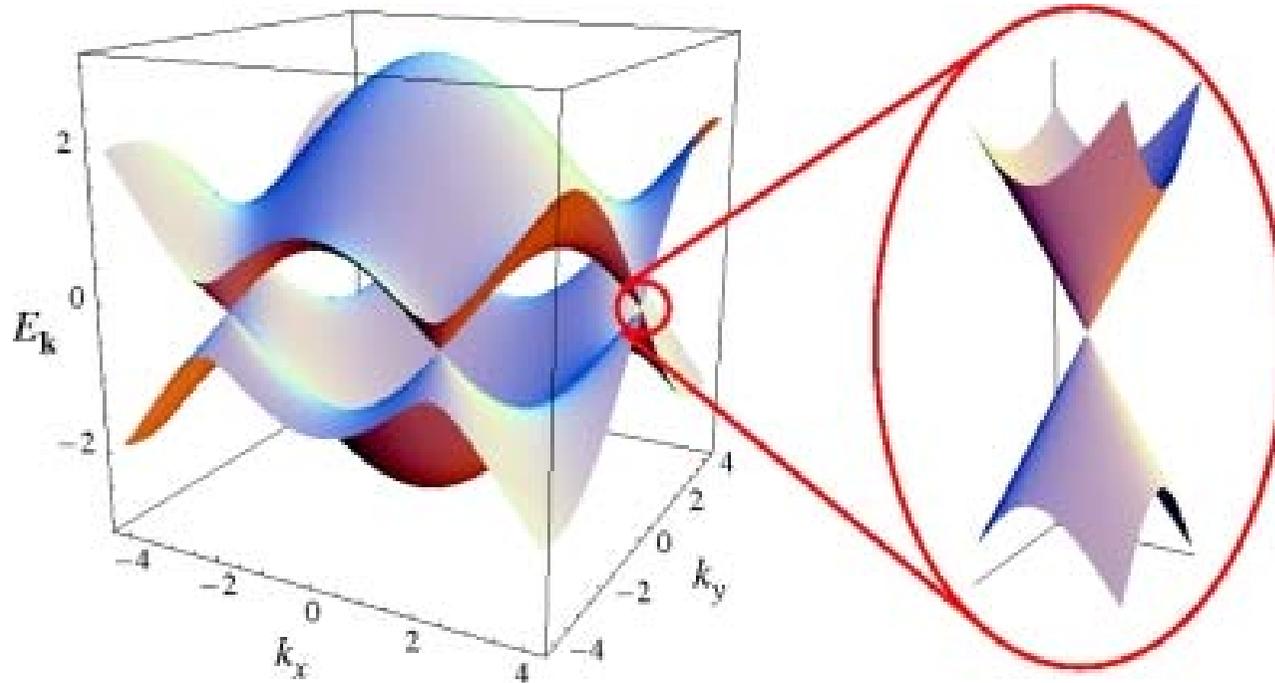
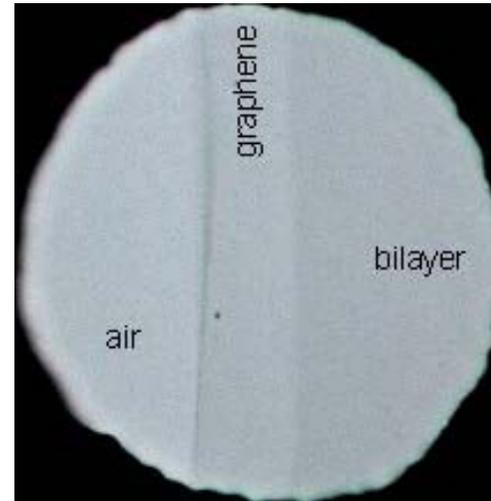
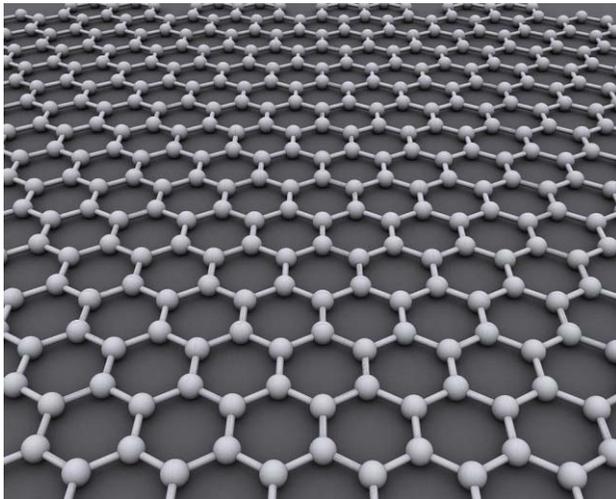
(Eingegangen am 24. Dezember 1928.)

Es wird die Reflexion von Elektronen an einem Potentialsprung nach der neuen Diracschen Dynamik untersucht. Bei sehr großen Werten des Potentialsprungs dringen der Theorie zufolge Elektronen gegen die auf sie wirkende elektrische Kraft durch die Sprungfläche und kommen auf der anderen Seite mit einer negativen kinetischen Energie an. Dies dürfte als ein besonders schroffes Beispiel der von Dirac hervorgehobenen Schwierigkeit der relativistischen Dynamik zu betrachten sein.

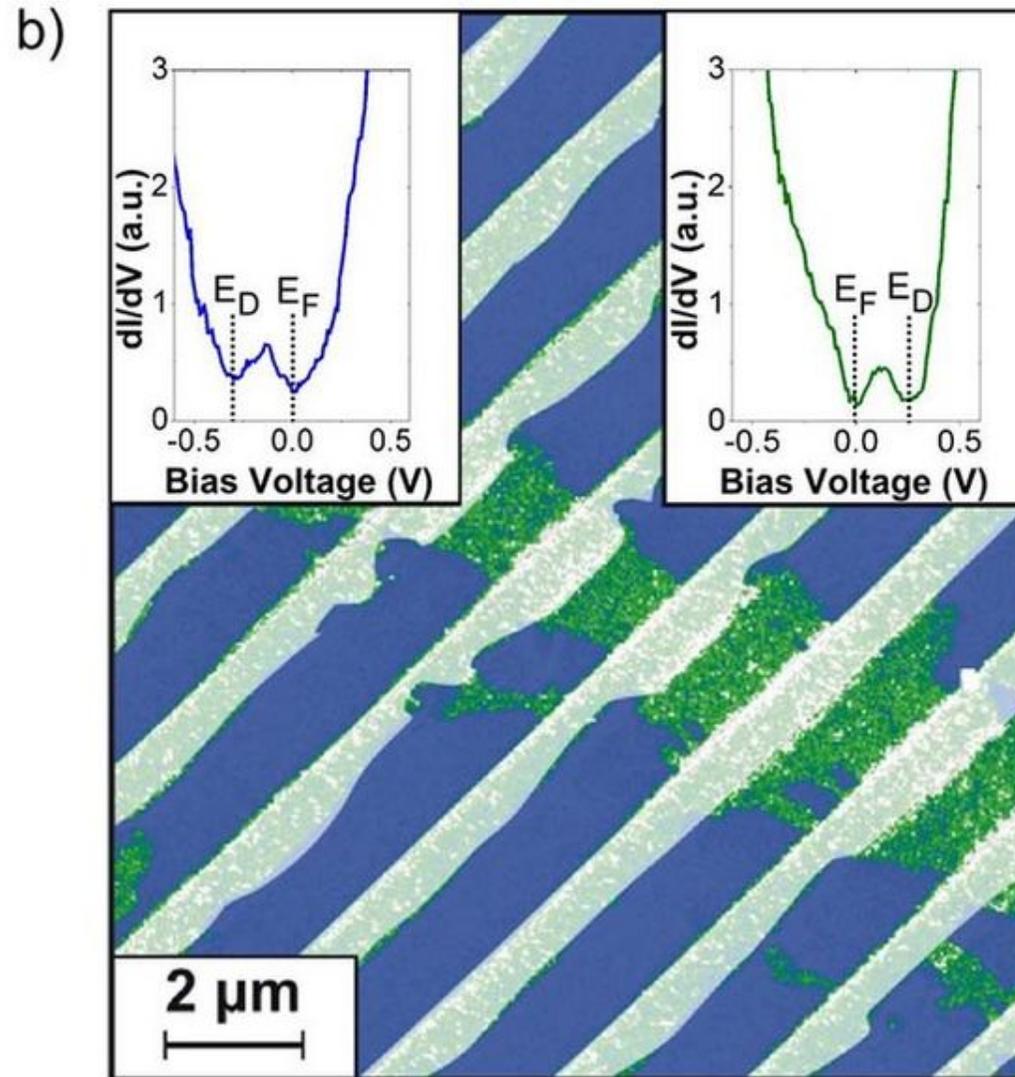
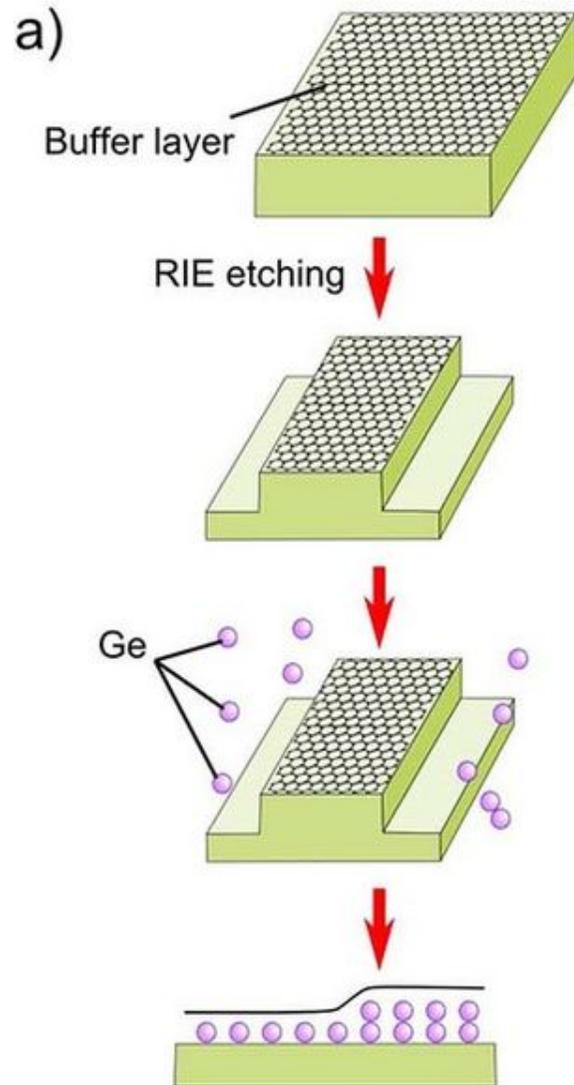


Oskar Klein
1894-1977

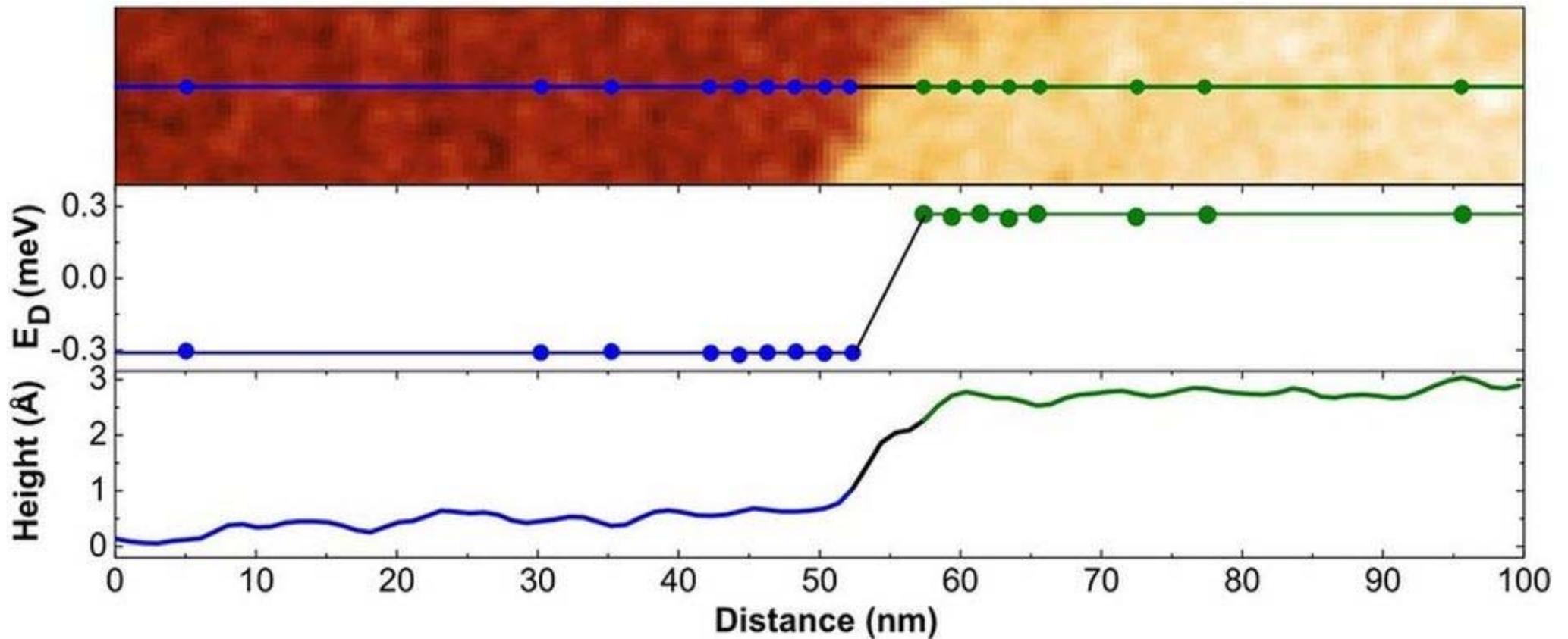
Zeitschrift für Physik, Band 53, 1929, S. 157



Dirac-Fermionen in Graphen

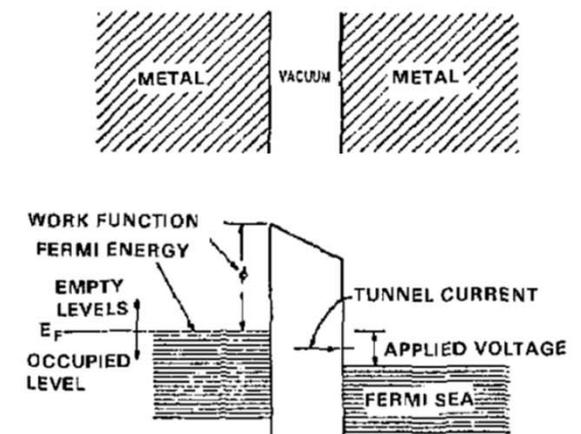
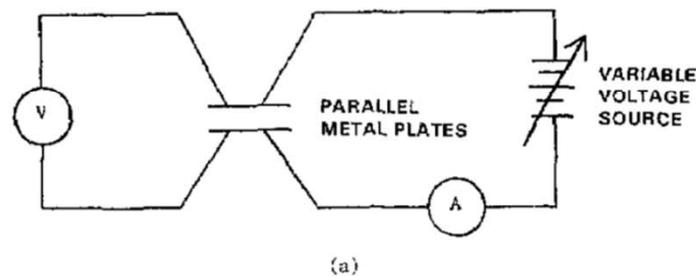
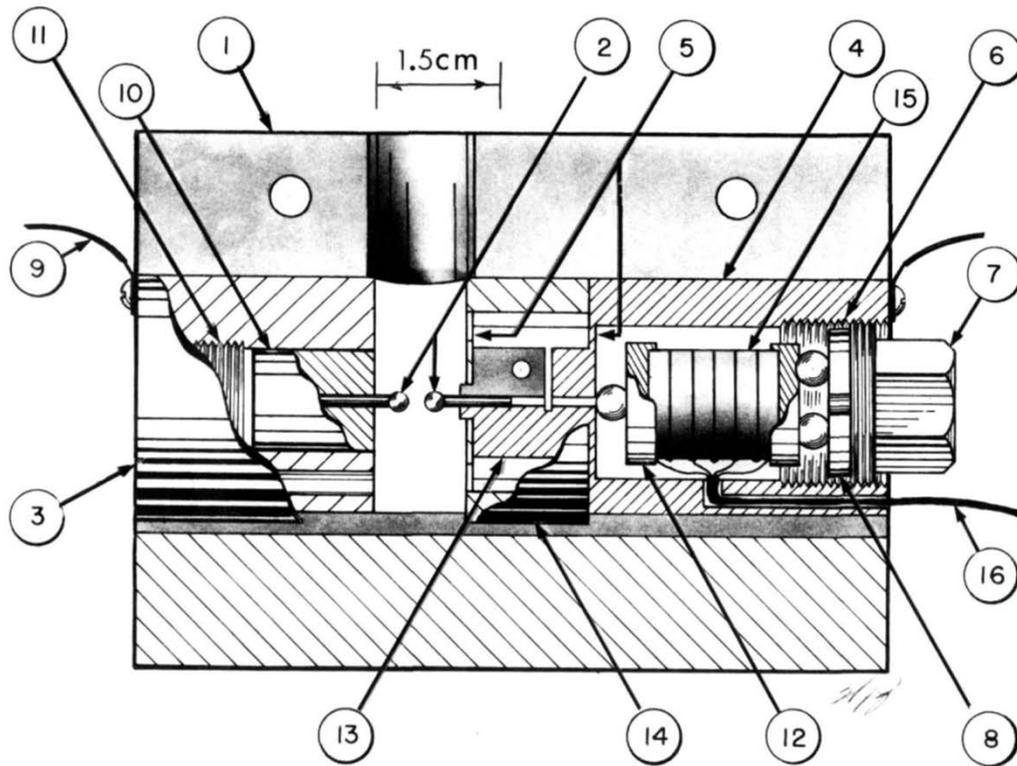


J. Baringhaus et al., Scientific Reports, 5, 9955 (2015)



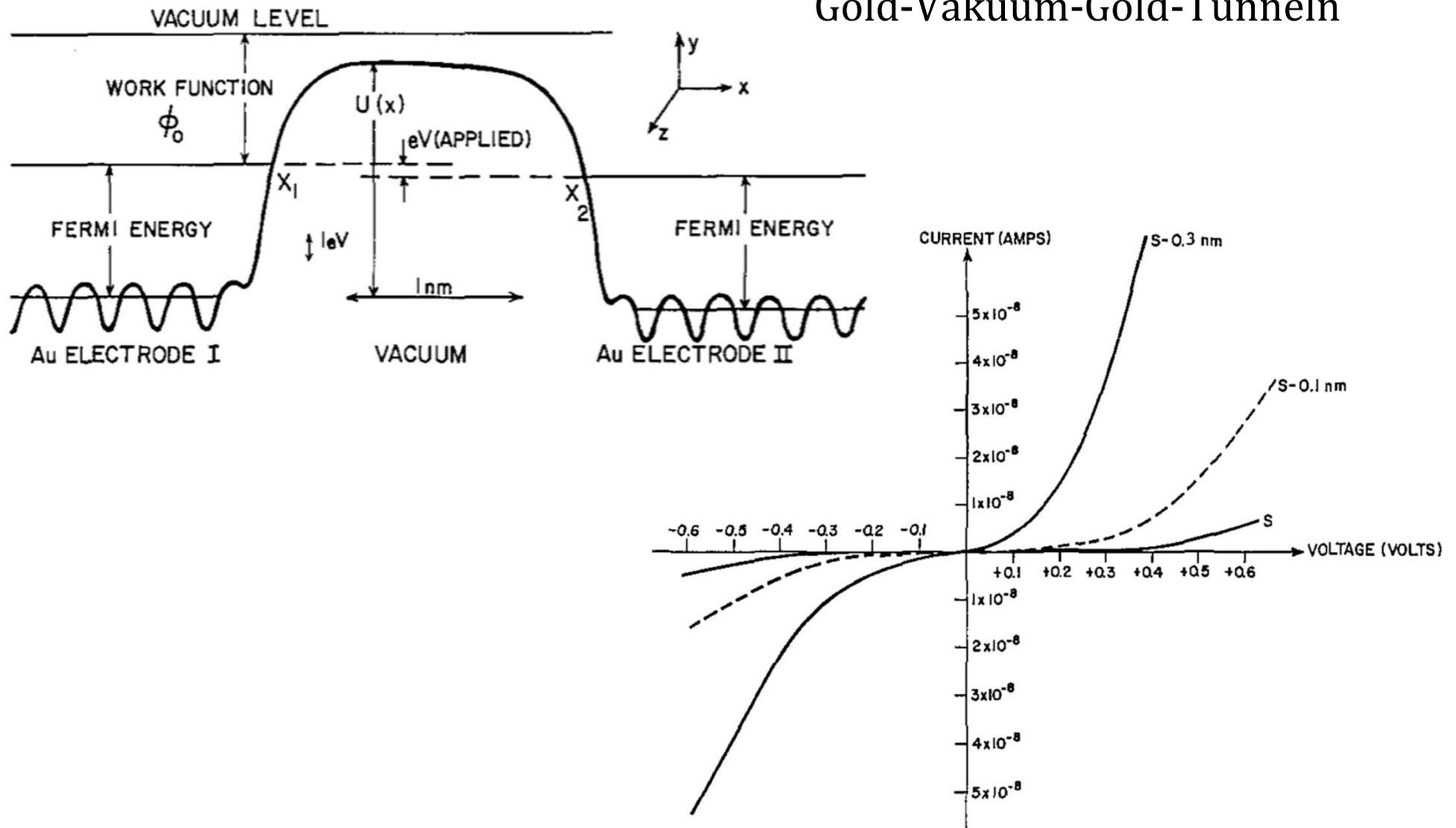
J. Baringhaus et al., Scientific Reports, 5, 9955 (2015)

Gold-Vakuum-Gold tunneln

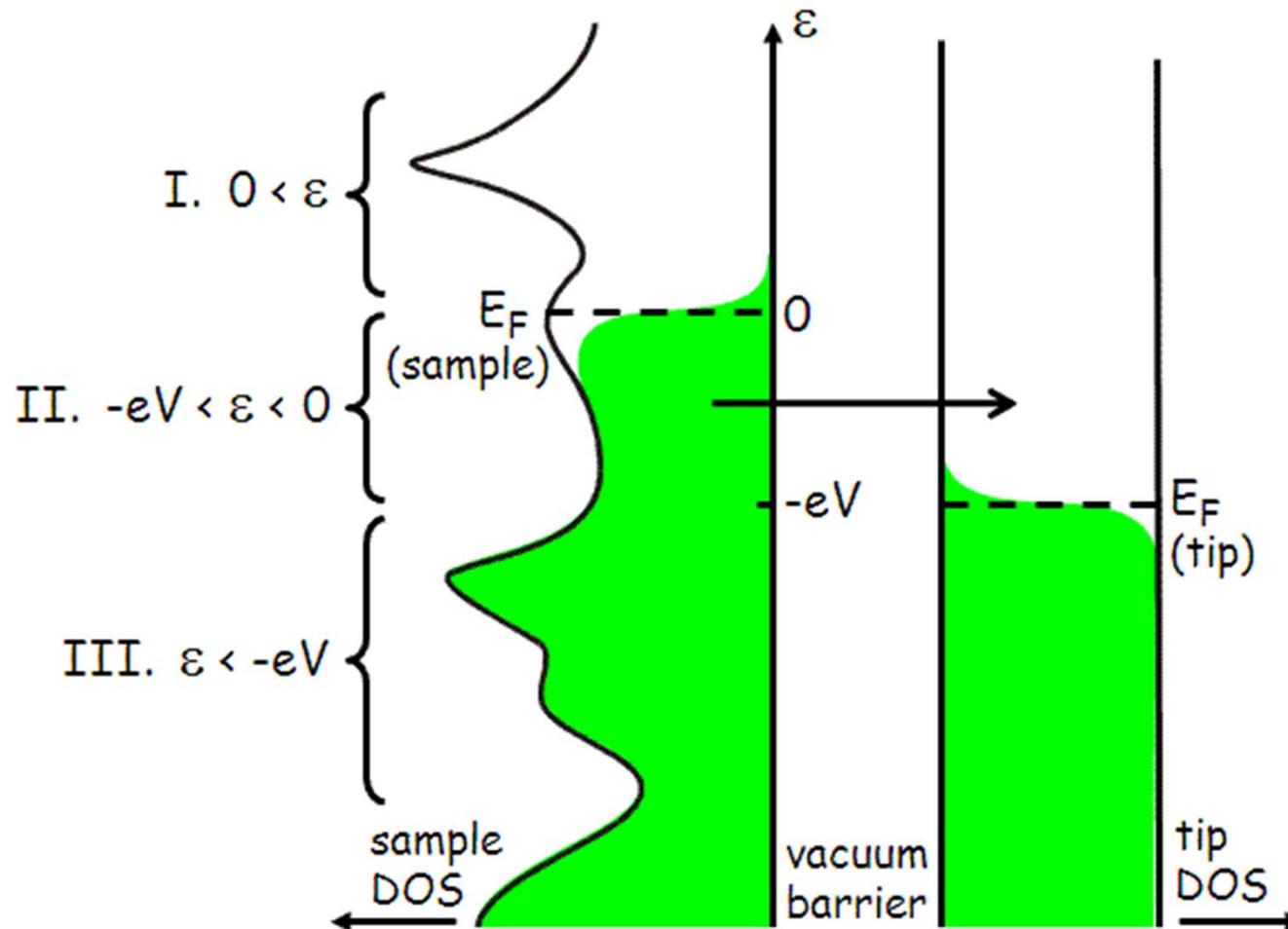


E. Clayton Teague, J. Res. Natl. Bur. Stand. 91, 171 (1986)

Gold-Vakuum-Gold-Tunneln



E. Clayton Teague, J. Res. Natl. Bur. Stand. 91, 171 (1986)

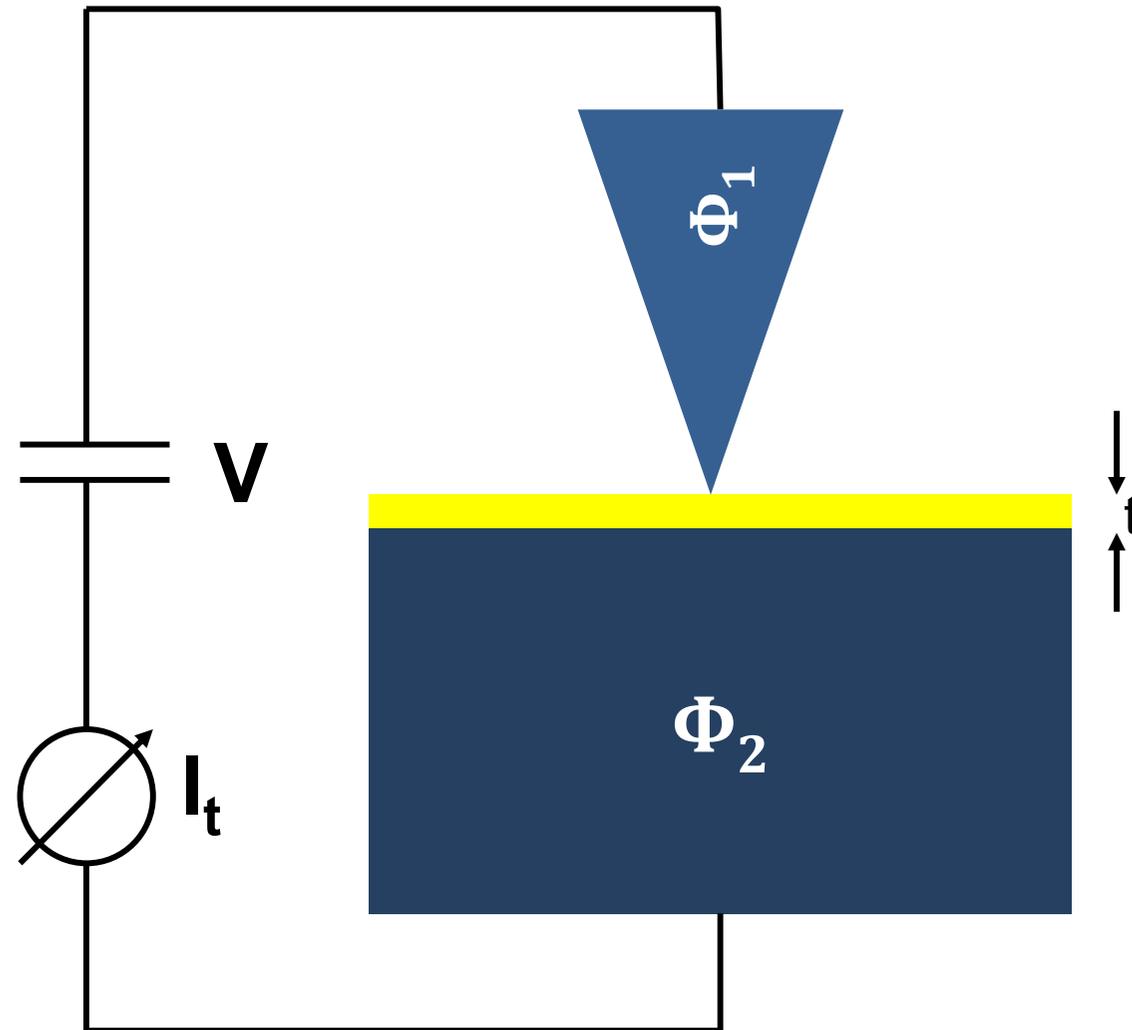


<http://hoffman.physics.harvard.edu/research/STMtechnical.php>



3.4 Raster-Tunnelmikroskop (STM)

- Ein punktförmiger Tunnelkontakt
- Vakuumgap als isolierende Schicht
„Vakuuntunneln“





Theoretische Beschreibung

- **Frühe Interpretation:**

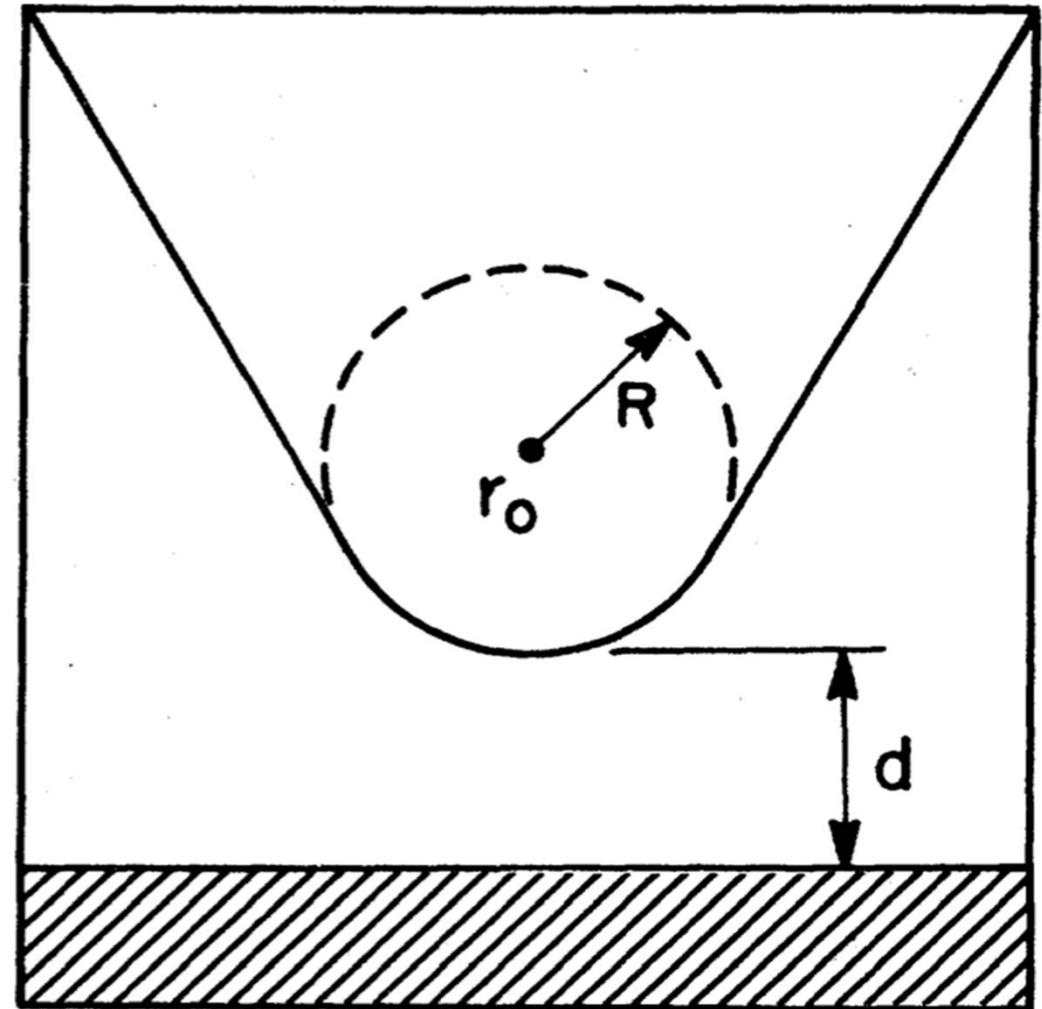
- Analogie zu eindim. Tunnelkontakten
- Spitze tastet Kontur der Oberfläche ab
- Ansatz bereitet Probleme bei atomar glatten Strukturen!

$$I \propto e^{-\kappa d}$$

$$\kappa = \frac{2\sqrt{2m\phi}}{\hbar}$$

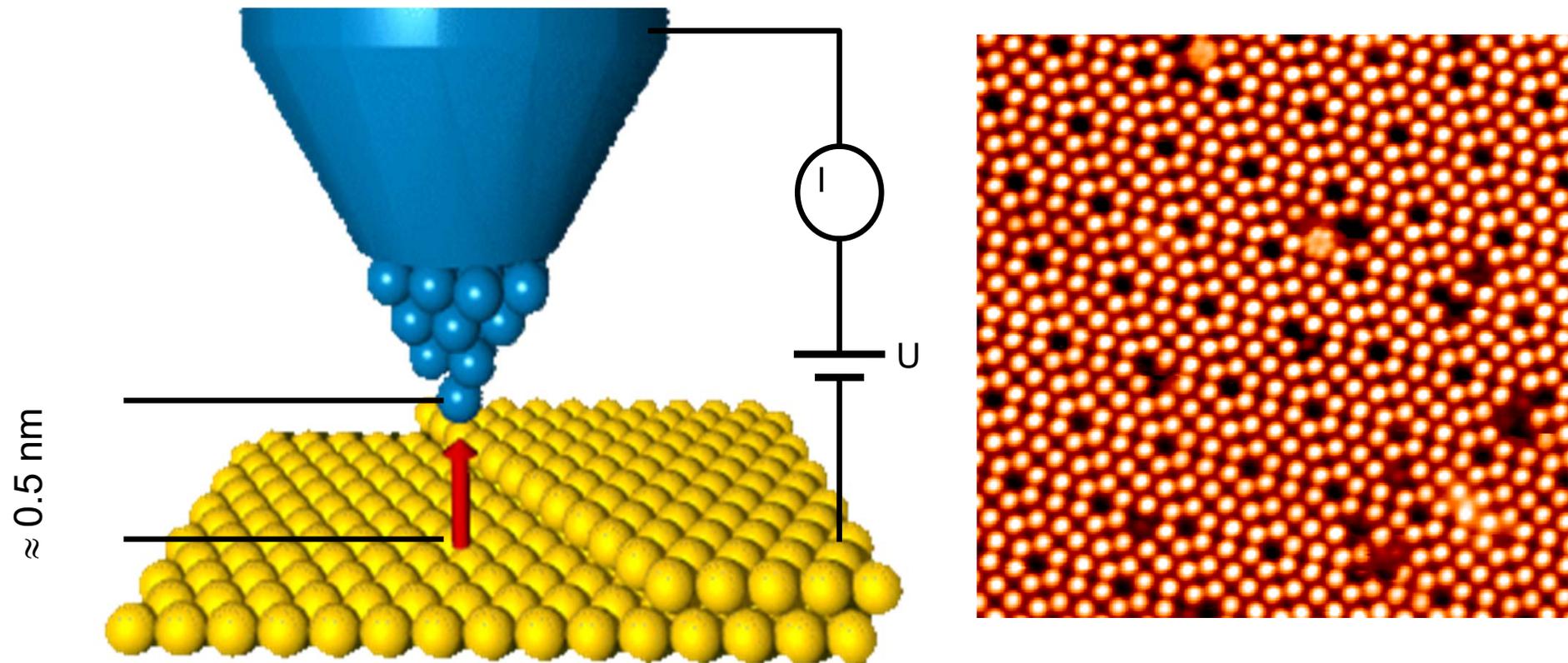
- **Tersoff und Hamann**

- Eliminieren der Spitzeneigenschaften durch Annahme eines einfachen Spitzenmodells:



J. Tersoff und D.R. Hamann, Phys. Rev B 31, 2 (1985)

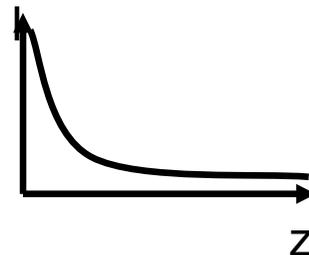
Prinzip



- **Elektronen tunneln aus besetzten Zuständen in freie Zustände.**
- **Tunnelstrom abhängig von:**

- Abstand z

$$I_t \propto e^{-z}$$

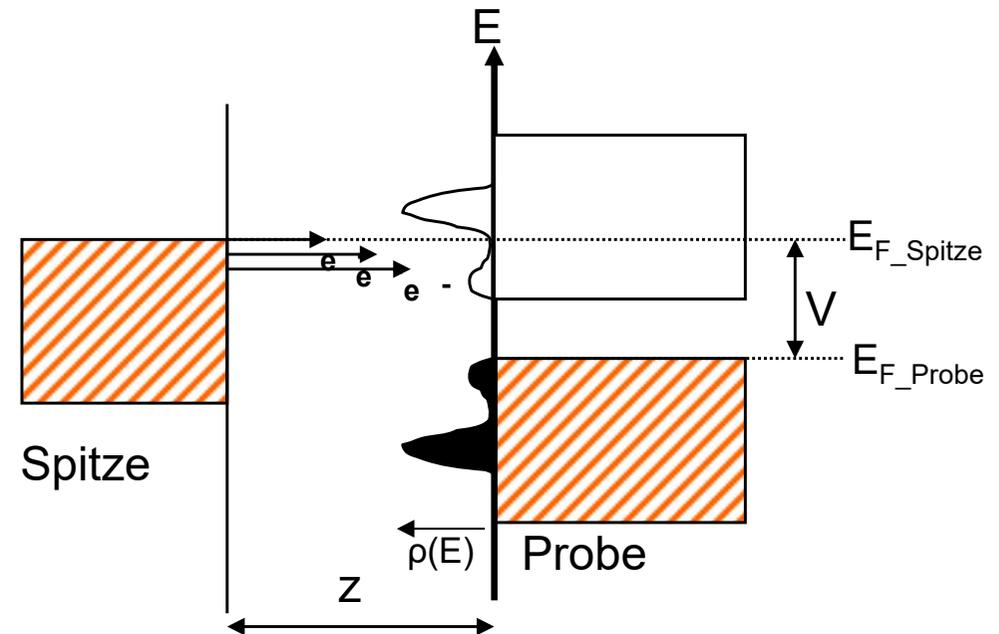


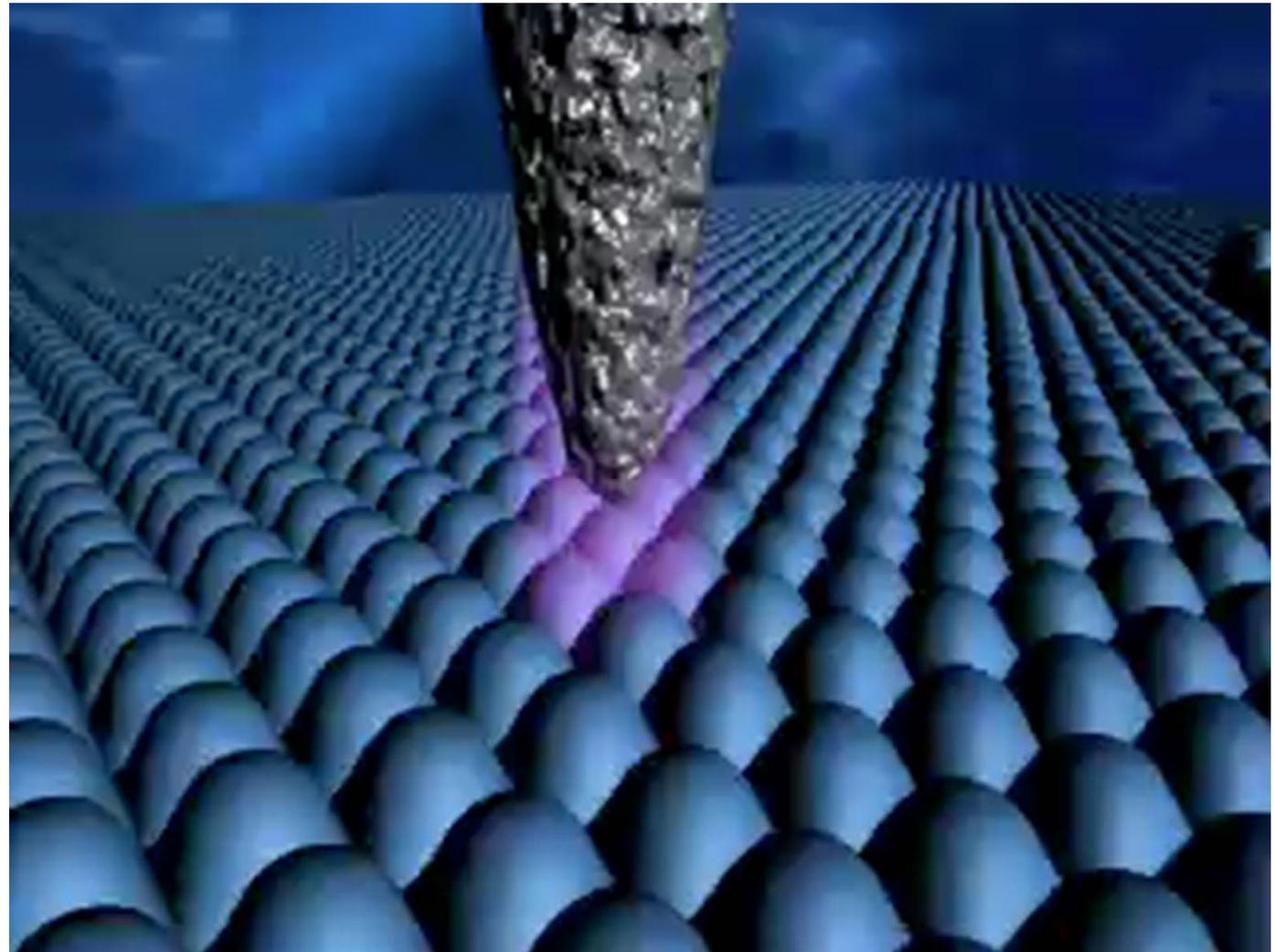
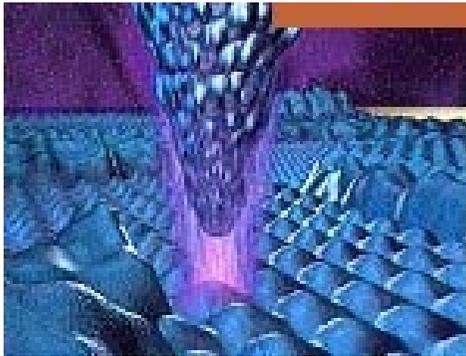
- Lokale Zustandsdichte (LDOS): $\rho(E)$

$$I_t \propto \int \rho(E) dE$$

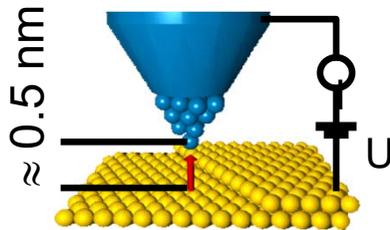
- dI/dV (LDOS mapping)

$$\frac{dI}{dV} \propto \rho(E)$$

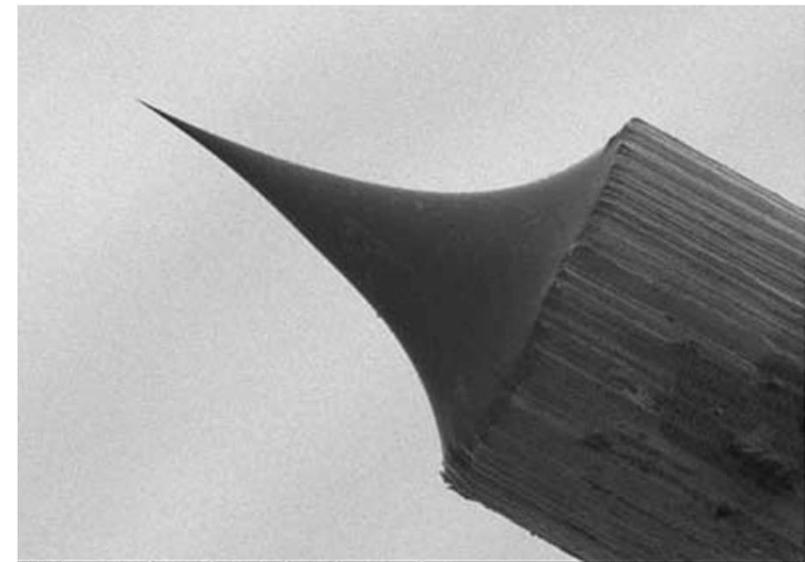
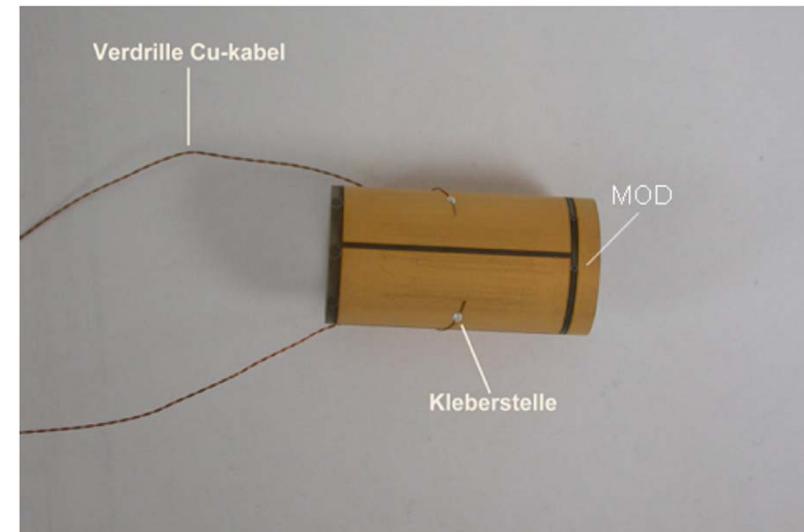




- **Scanner:**
 - Länge: 25mm
 - Durchmesser: 5mm
- **Spitze:**
 - Drahtdurchmesser: 0.1mm
 - Spitzenradius: 20nm
- **Abstände:**
 - Spitze – Probe: 0.5nm



- **Atomdurchmesser**
 - $\approx 0.1\text{nm}$



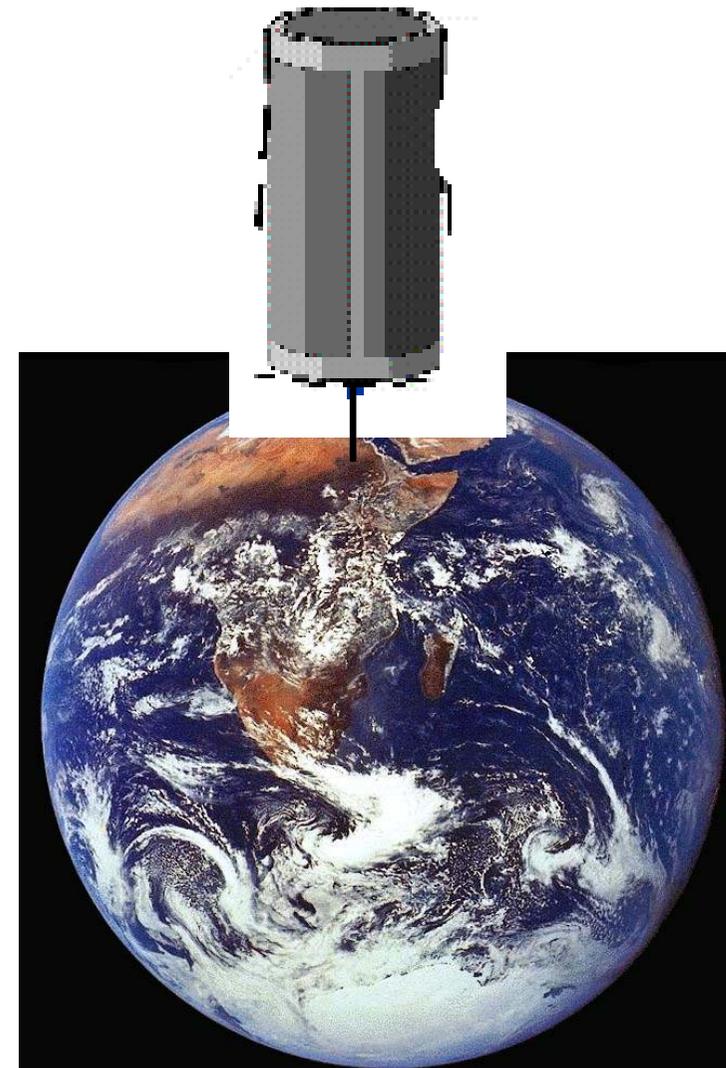
- **Gedankenexperiment:**

- Ein Atom soll die Größe eines Tischtennisballs haben
- Atomdurchmesser ca. 4cm



- **Scanner:**
 - Länge: 8000km
 - Durchmesser: 2000km
- **Spitze:**
 - Drahtdurchmesser: 40km
 - Spitzenradius: 8m
- **Abstände:**
 - Spitze – Probe: 20cm

- **Atomdurchmesser**
 - $\approx 4\text{cm}$



Erddurchmesser: 12 756,3 km

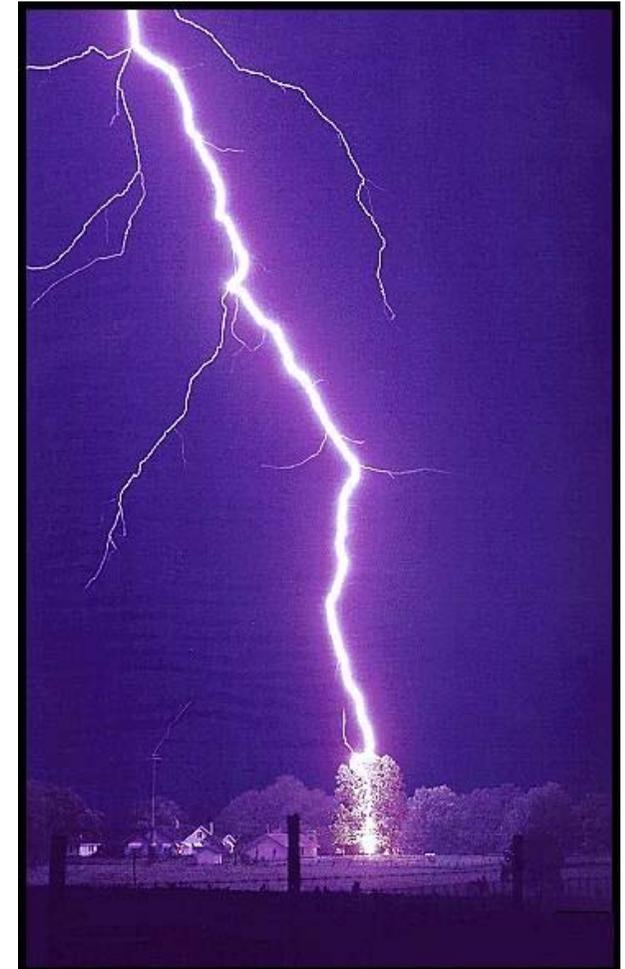
- **Scanner:**
 - Länge: 8000km
 - Durchmesser: 2000km
- **Spitze:**
 - Drahtdurchmesser: 40km
 - Spitzenradius: 8m
- **Abstände:**
 - Spitze – Probe: 20cm

- **Atomdurchmesser**
 - $\approx 4\text{cm}$

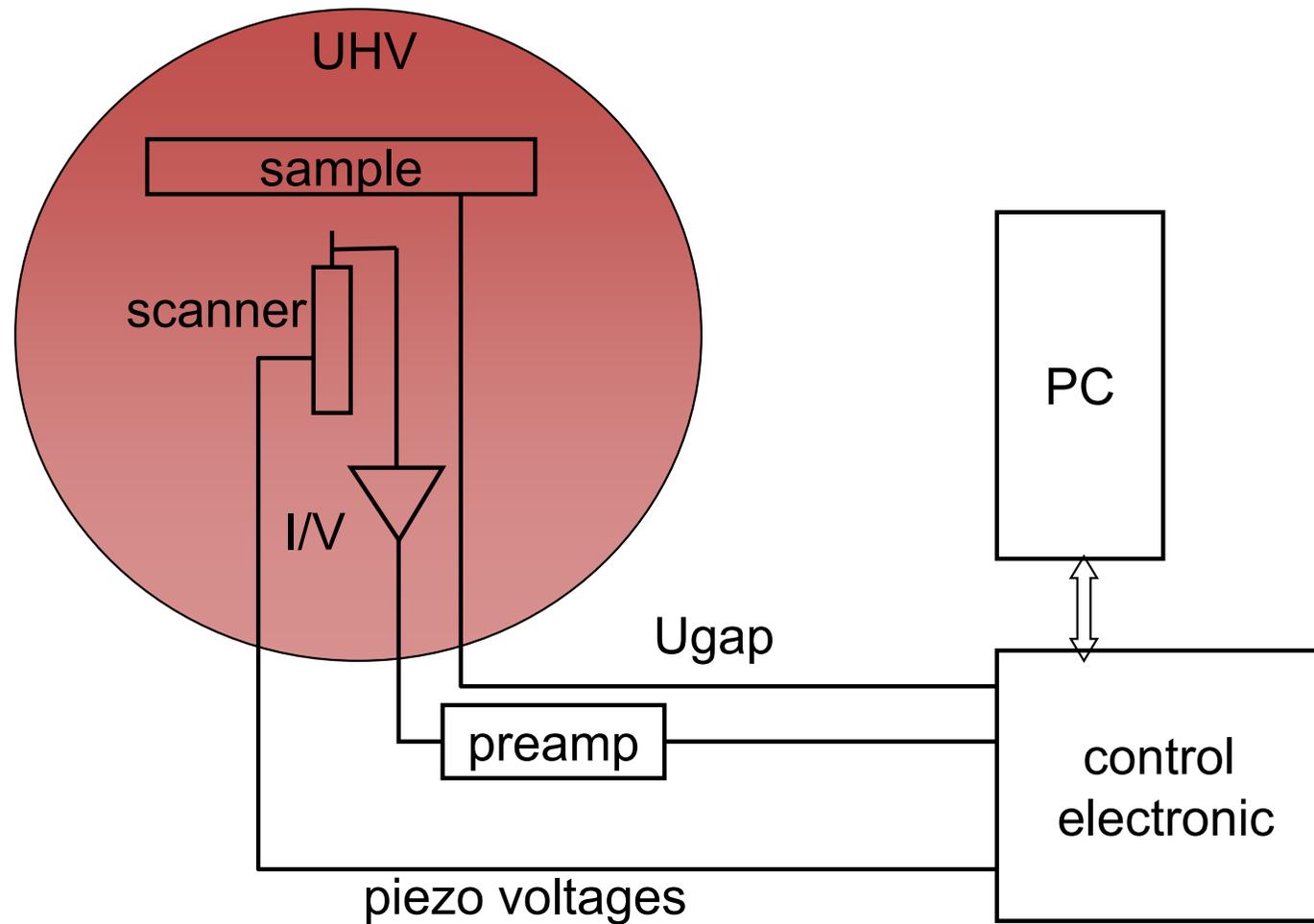


Die Tunnelspitze!

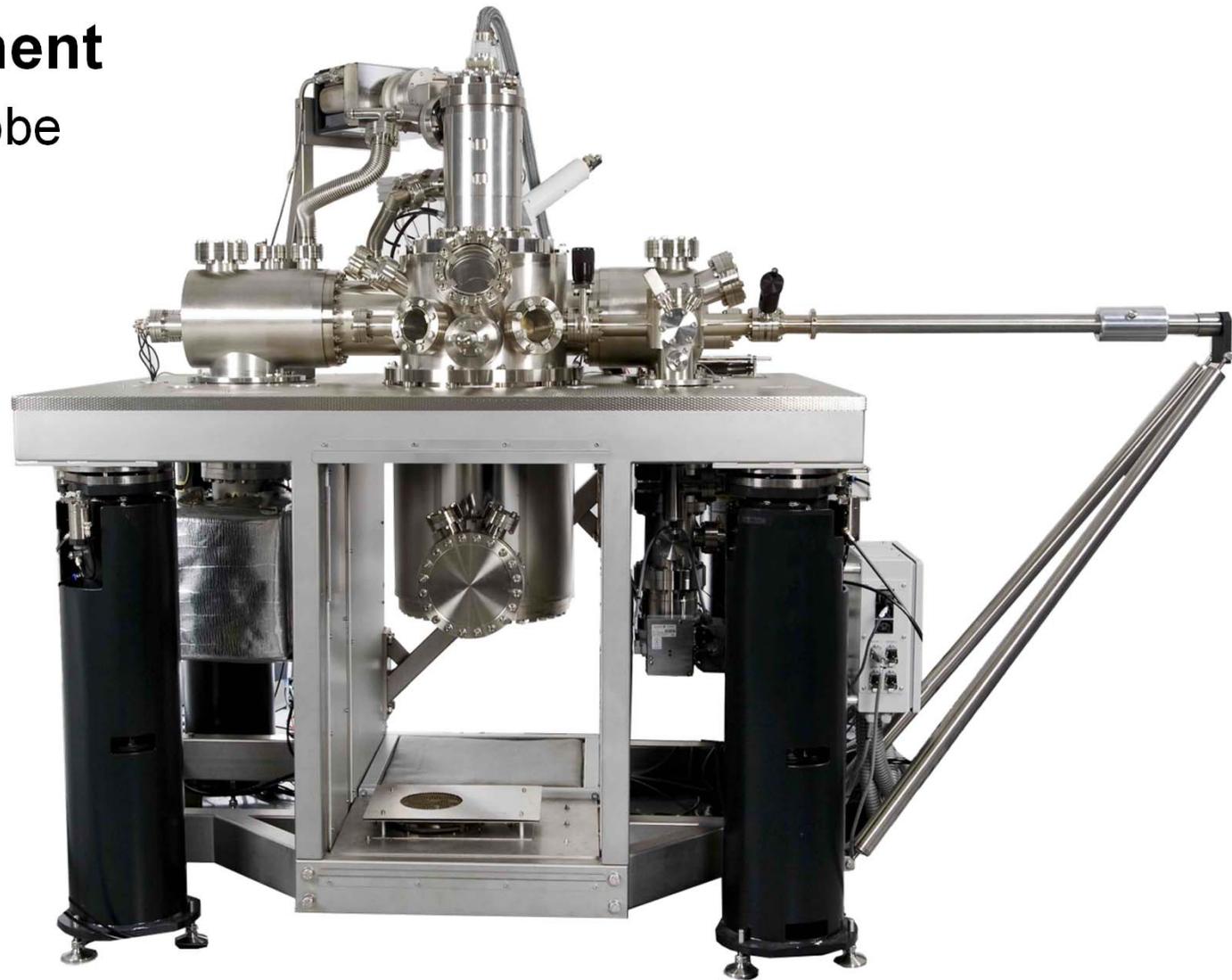
- Tunnelspannung:
 - 100mV
- Abstand Spitze - Probe:
 - 0.5 nm
- Tunnelstrom
 - 0.1 nA
- „Tunnelfläche“
 - $\sim \pi (0.05\text{nm})^2 \sim 0.008 \text{ nm}^2$
- Elektrisches Feld:
 - 200000 kV/m
- Stromdichte:
 - 1250 kA/cm²



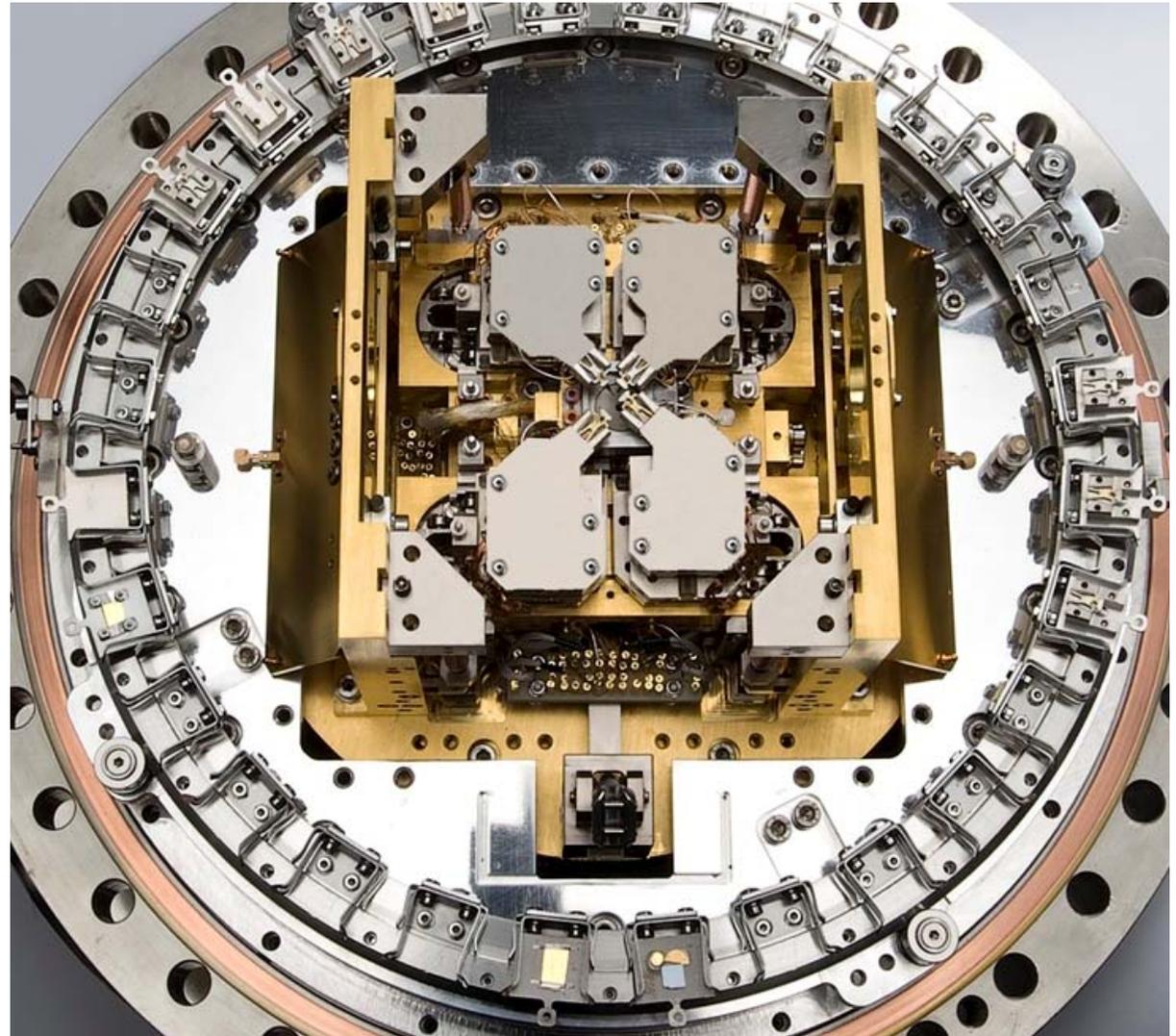
Elektrisches Feld: 100 kV/m
Stromdichte: 600 - 1700 kA/cm²



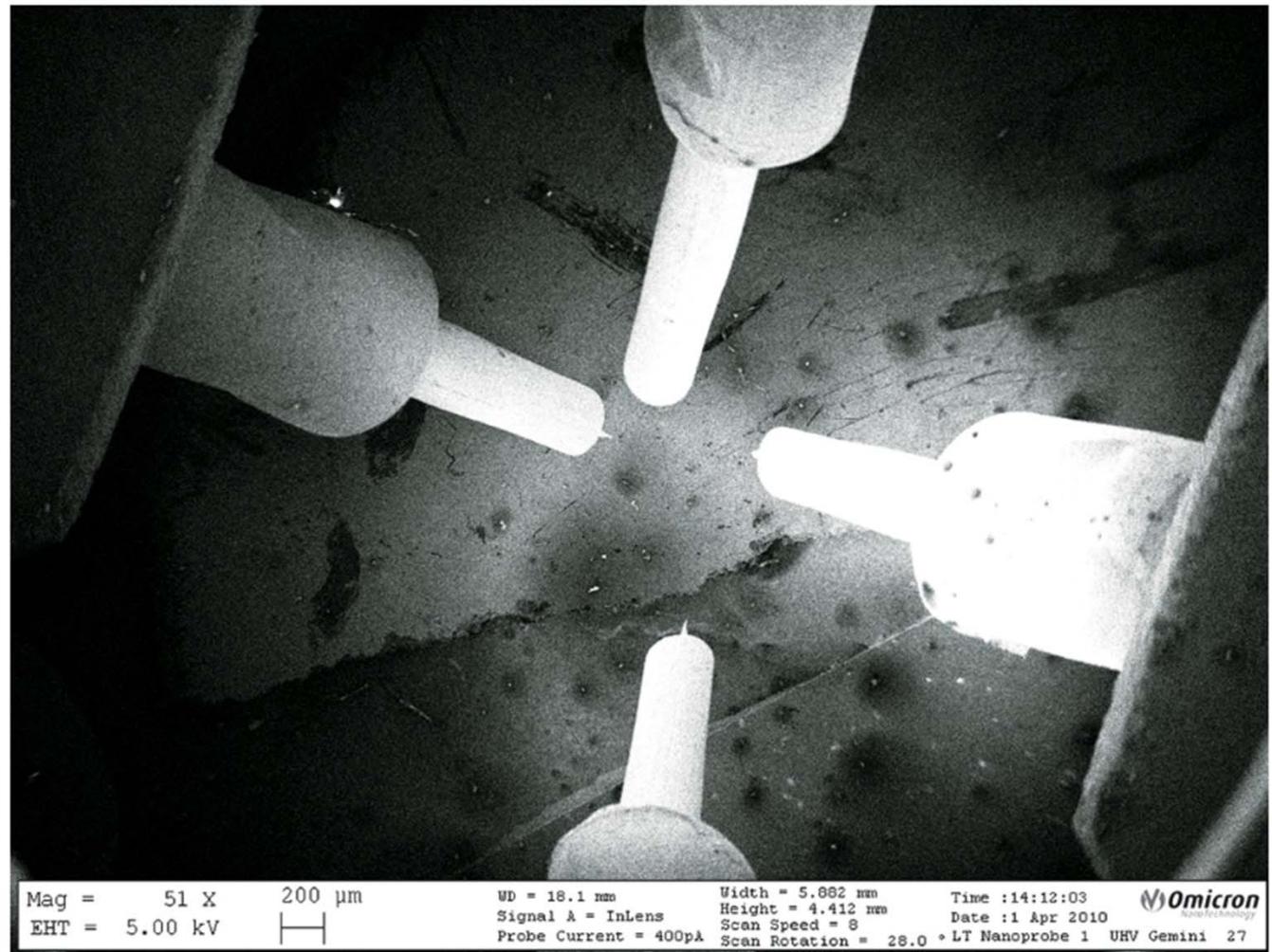
- **Das Instrument**
 - LT Nanoprobe (Omicron)

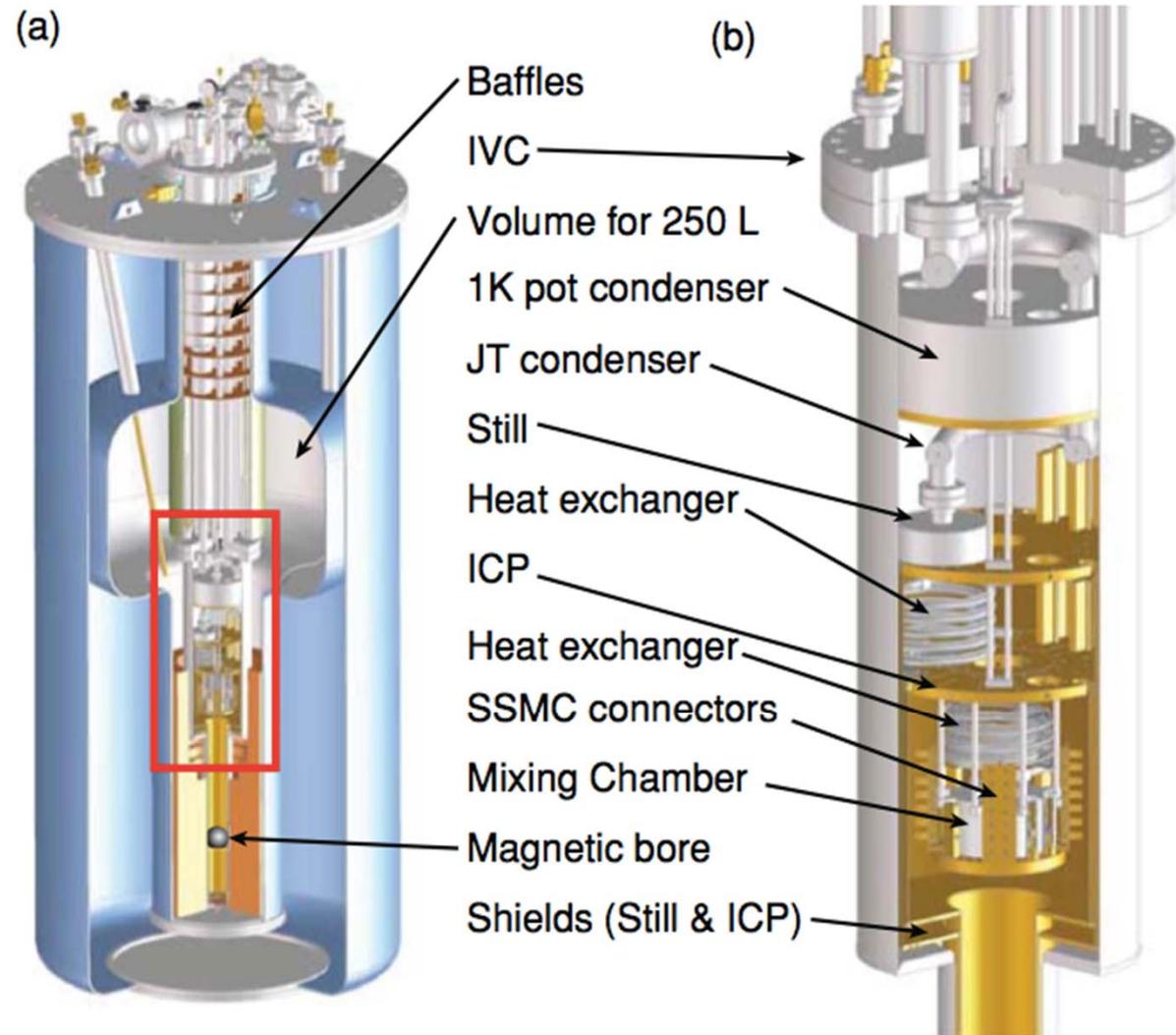
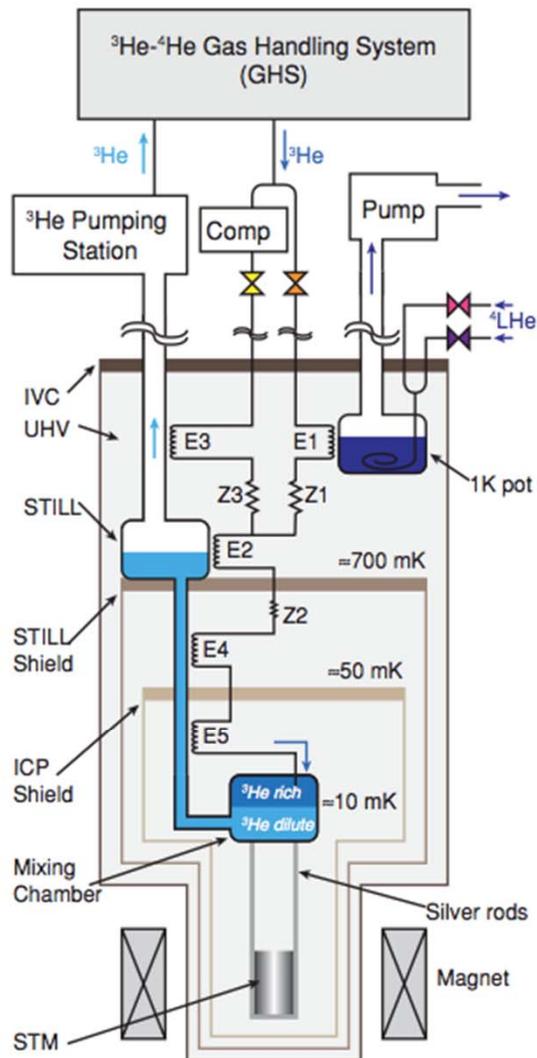


- **Das Instrument**
 - LT Nanoprobe (Omicron)

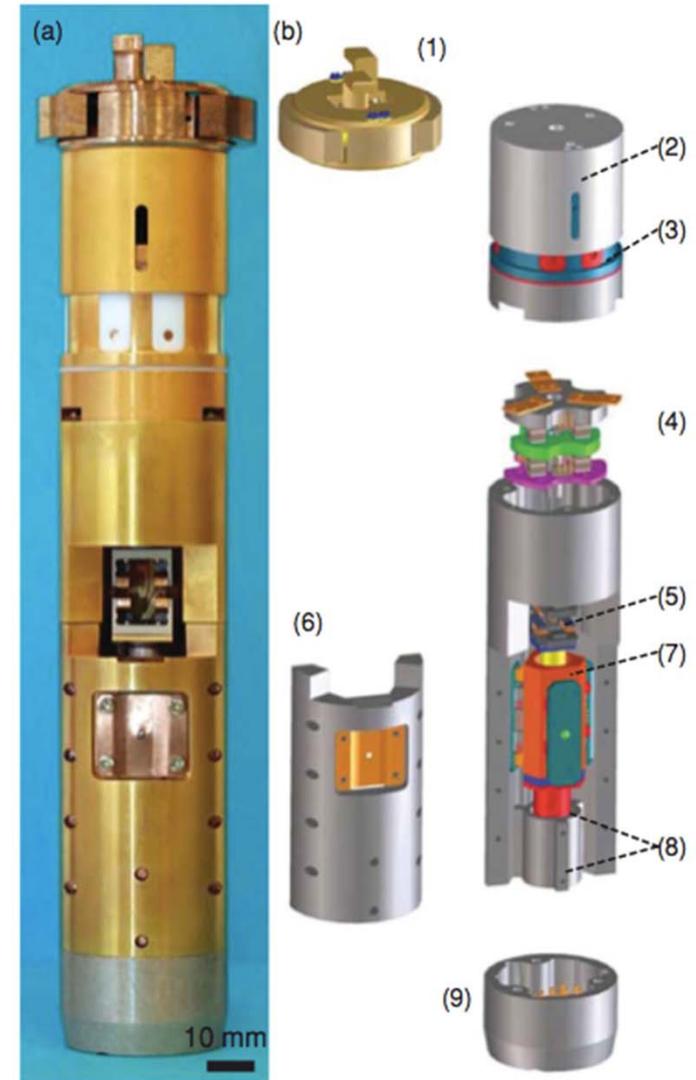
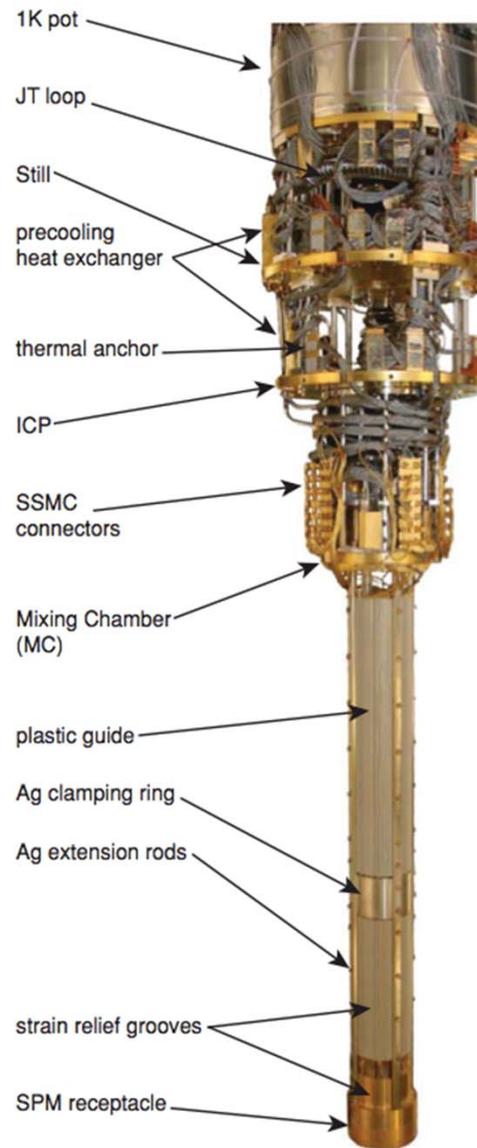
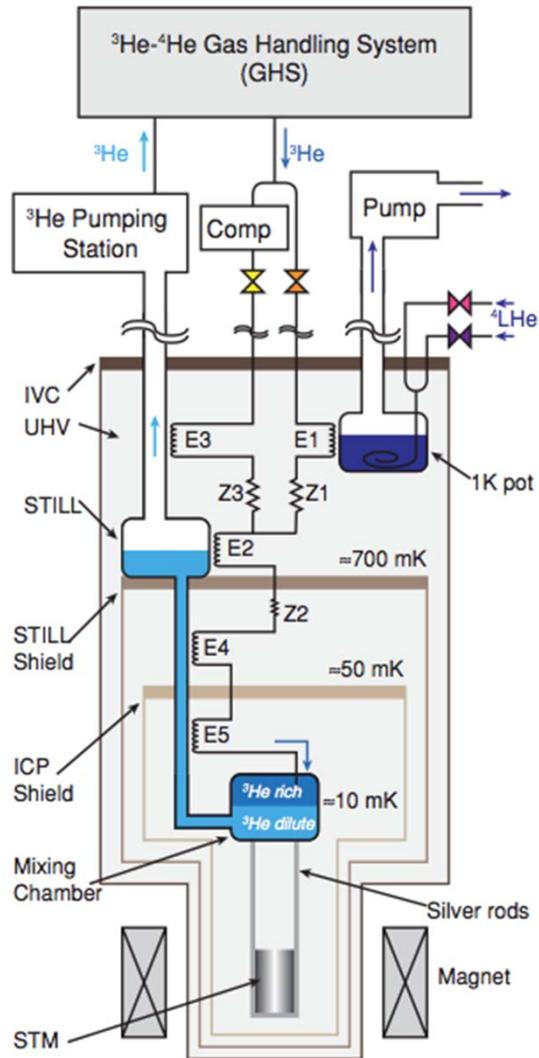


- **Das Instrument**
 - LT Nanoprobe (Omicron)

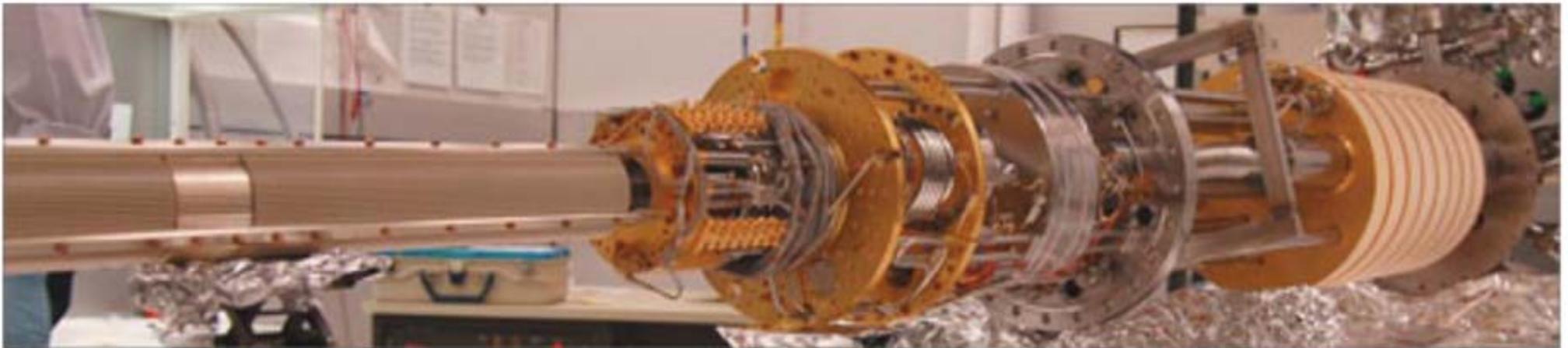




Y.J. Song, Rev. Sci. Instrum. 81, 121101 (2010)



Y.J. Song, Rev. Sci. Instrum. 81, 121101 (2010)



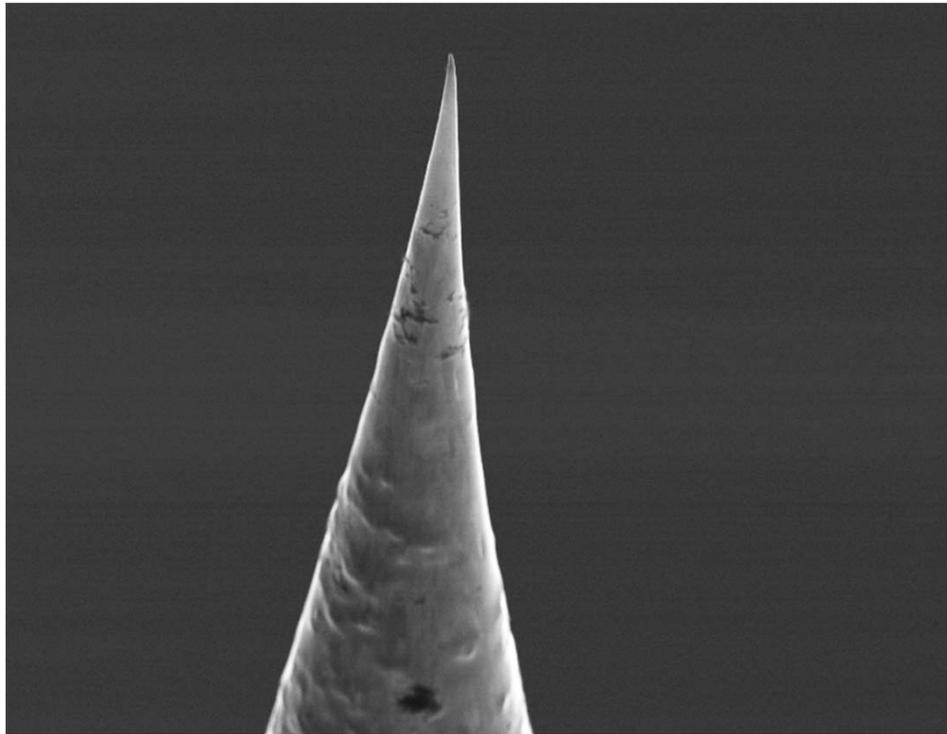
http://www.nist.gov/cnst/epg/advanced_microscopy_instruments.cfm

Y.J. Song, Rev. Sci. Instrum. 81, 121101 (2010)

Herstellung von Tunnelspitzen

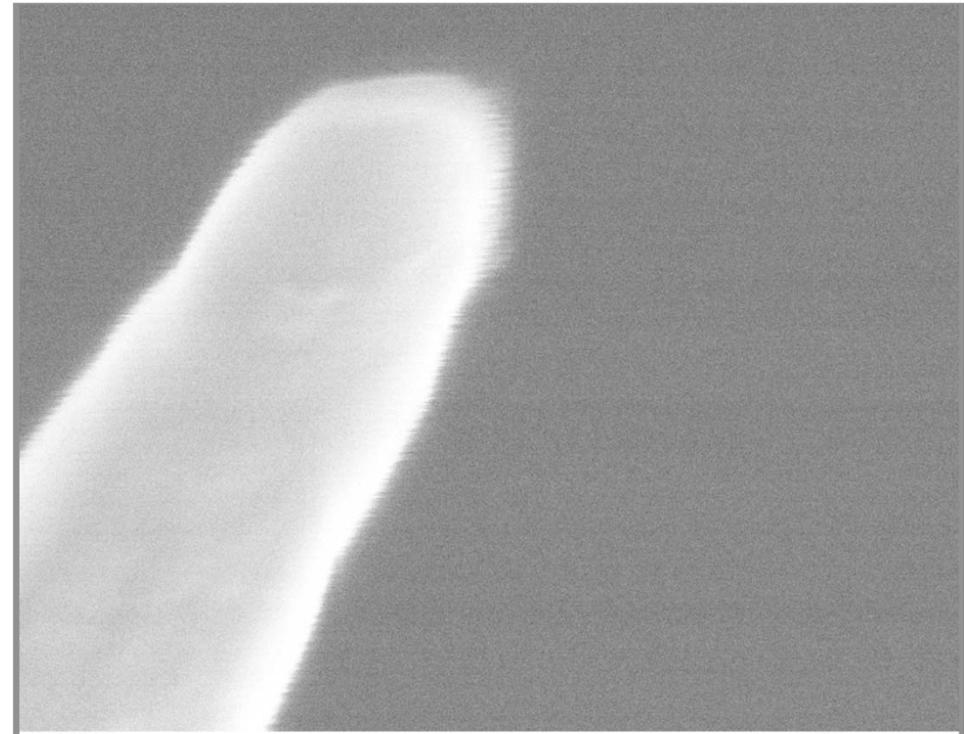


Herstellung von Tunnelspitzen



4499x

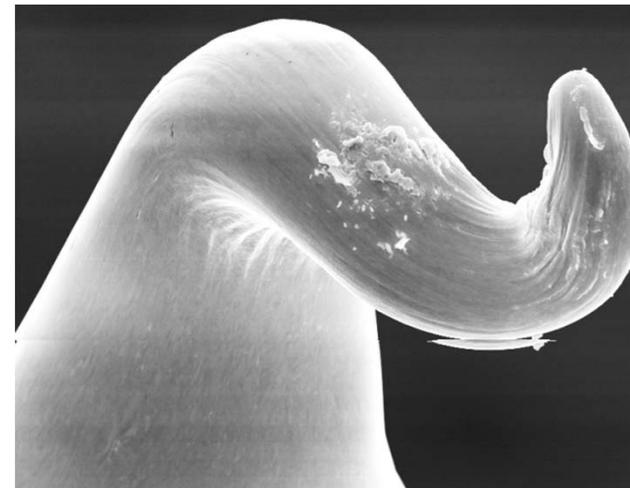
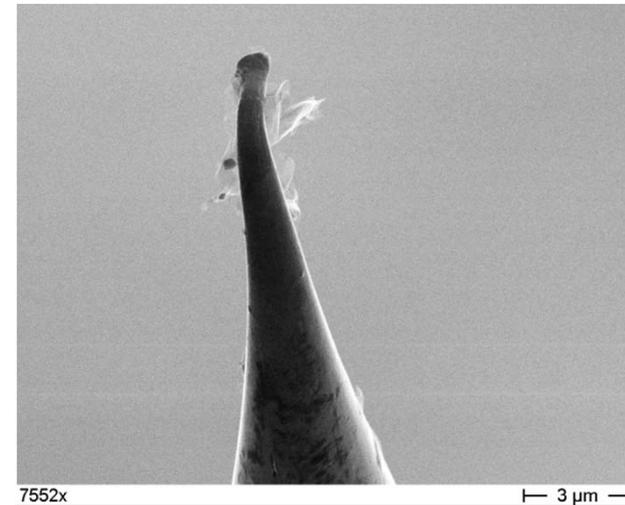
6 μm



300000x

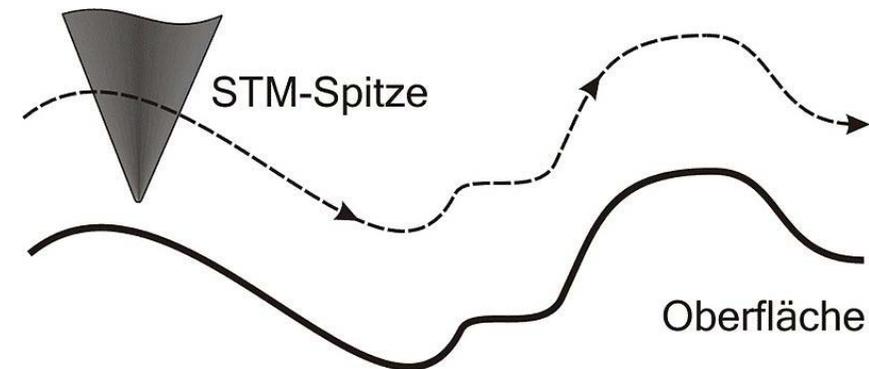
90 nm

Spitzen nach Benutzung

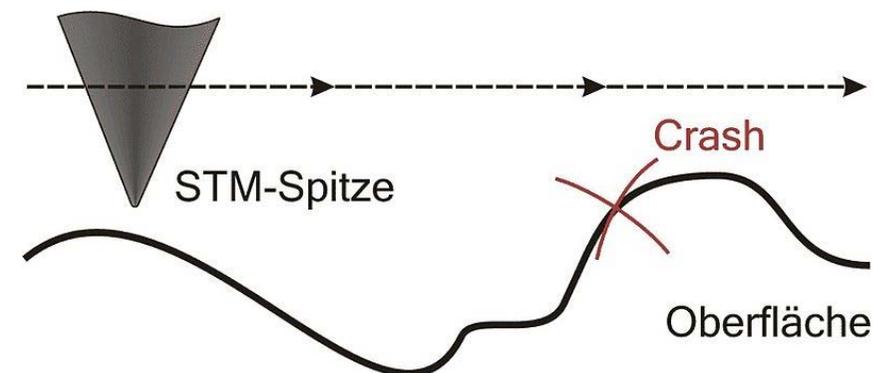


Betriebsmodi

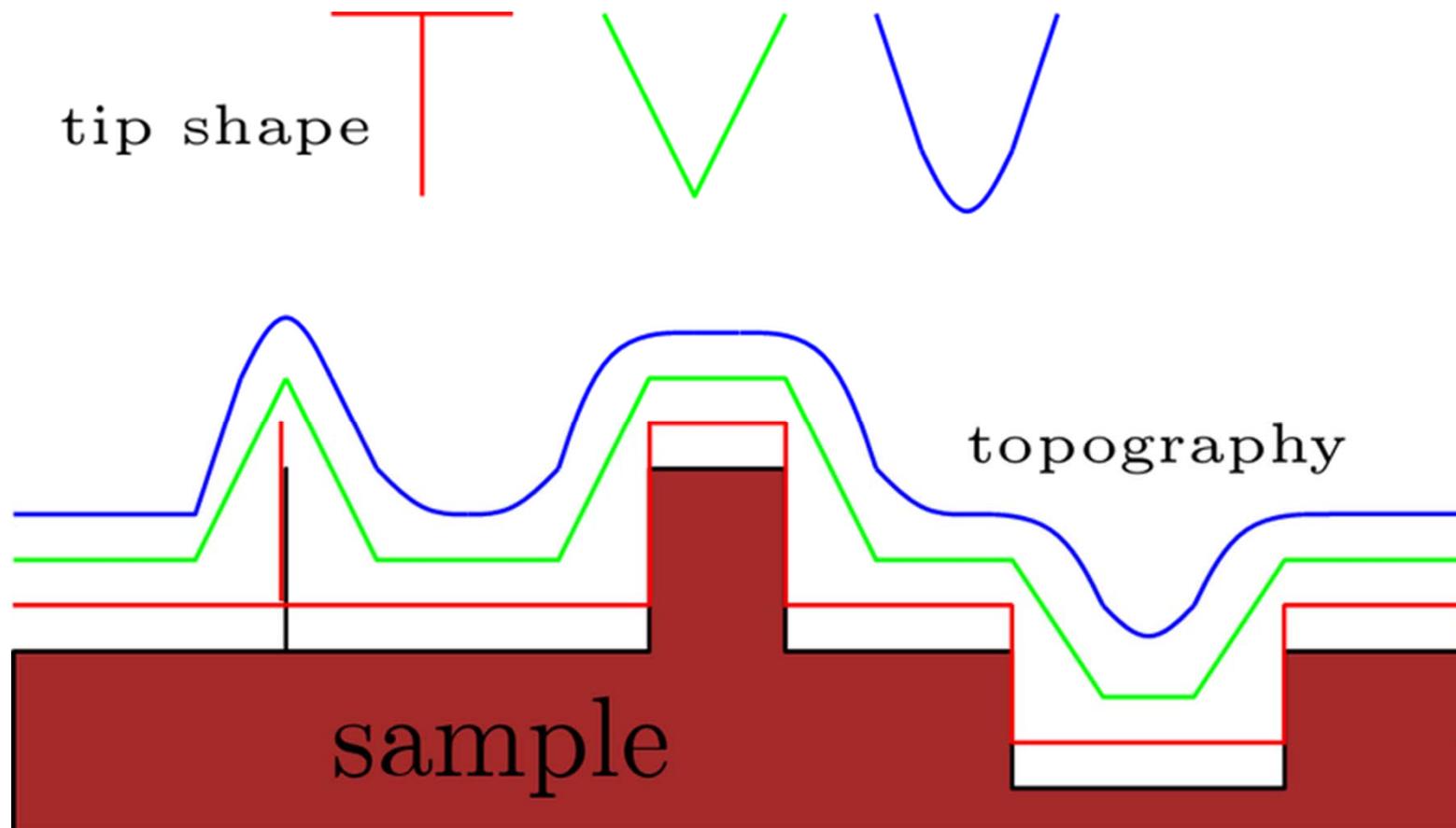
- Constant current mode
 - $I = \text{const.}$



- Constant height mode
 - $Z = \text{const.}$
 - Anwendungen auf atomar glatten Oberflächen
 - angewandt bei Video-STM

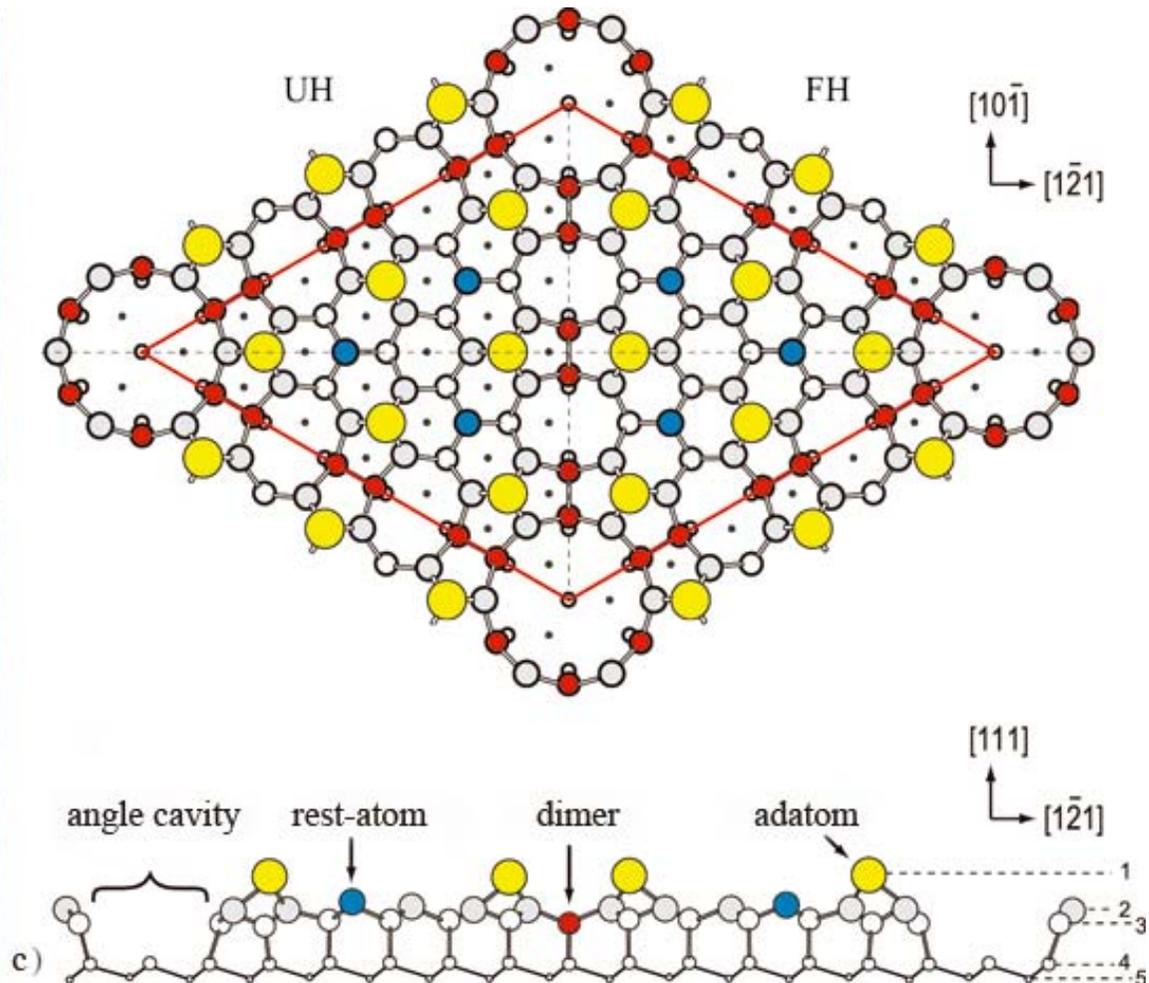
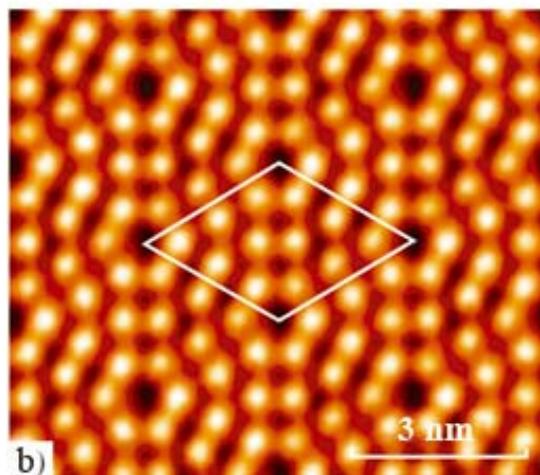
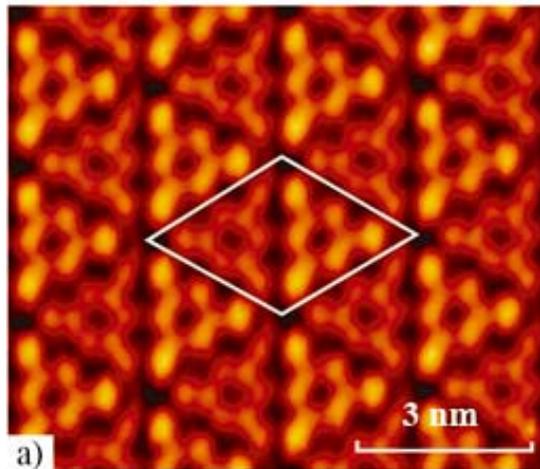


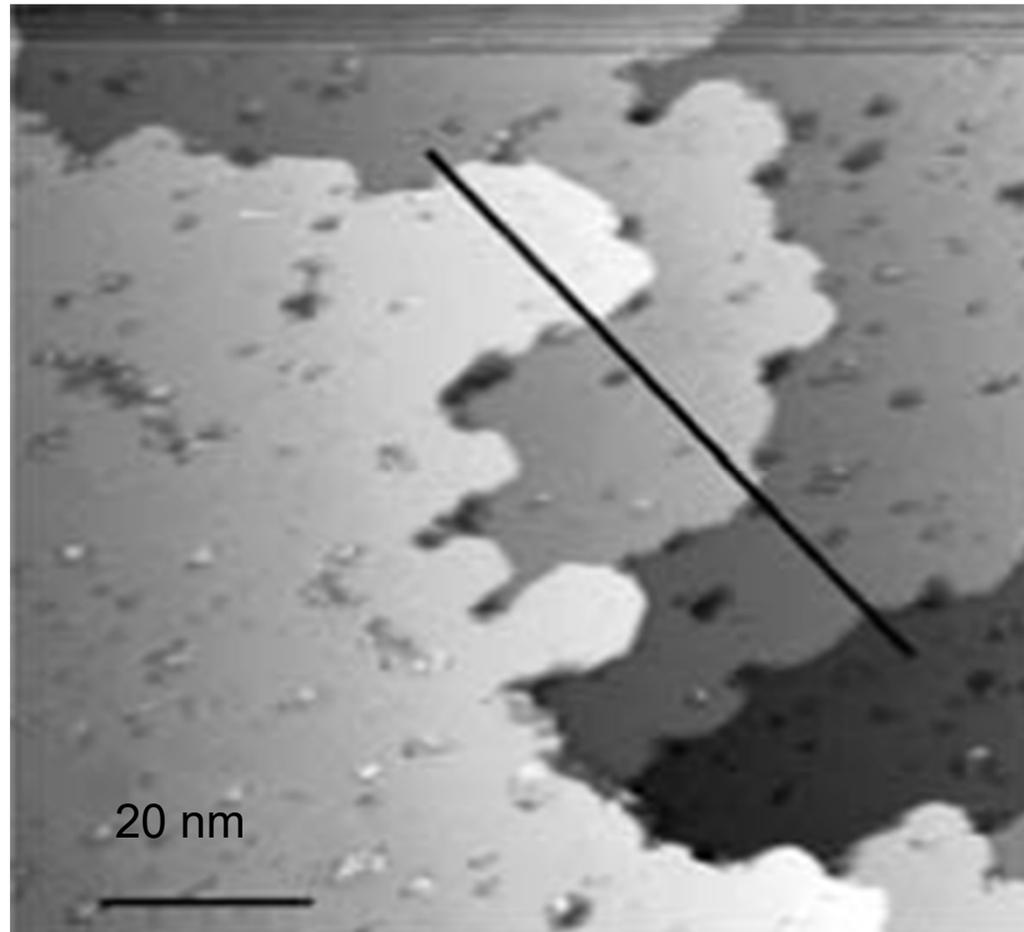
Einfluss der Tunnelspitze



• Si(111): 7x7 Rekonstruktion

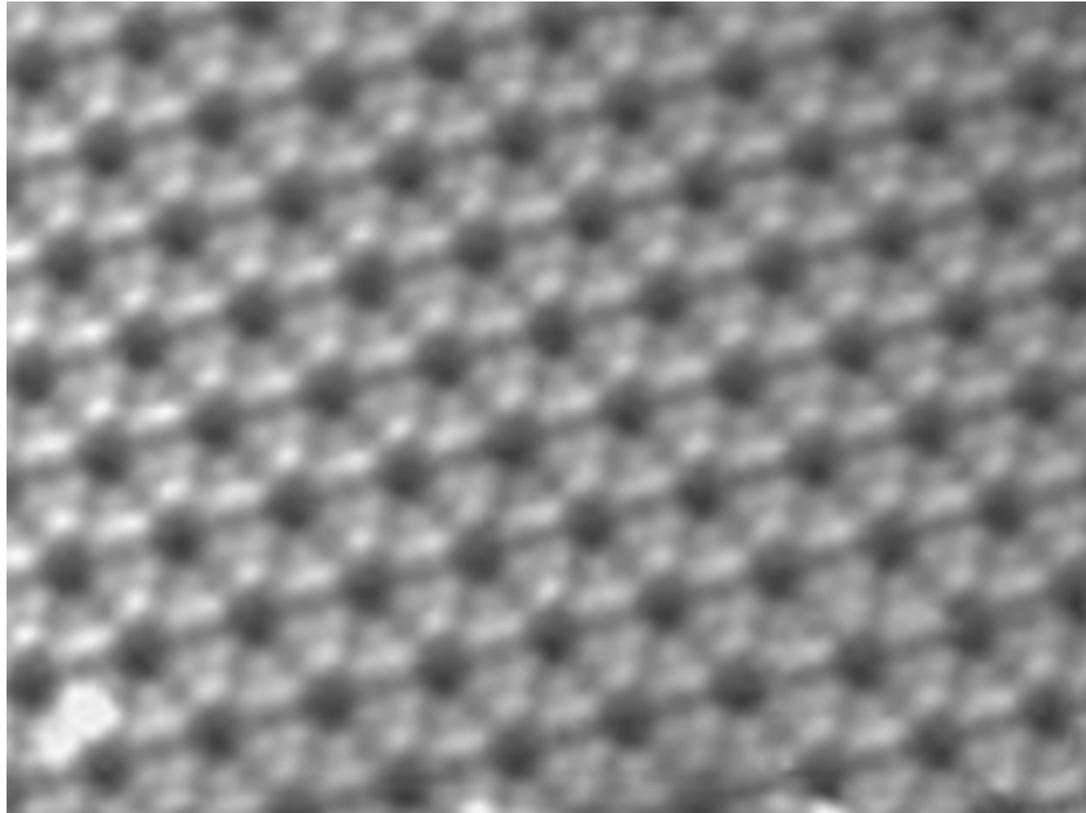
- Takayanagi et al. (1985)
- Dimer adatom stacking-faulted (DAS) Modell





Rastertunnelmikroskopische Aufnahme mehrlagigen Germanens auf einem Au(111)-Templat

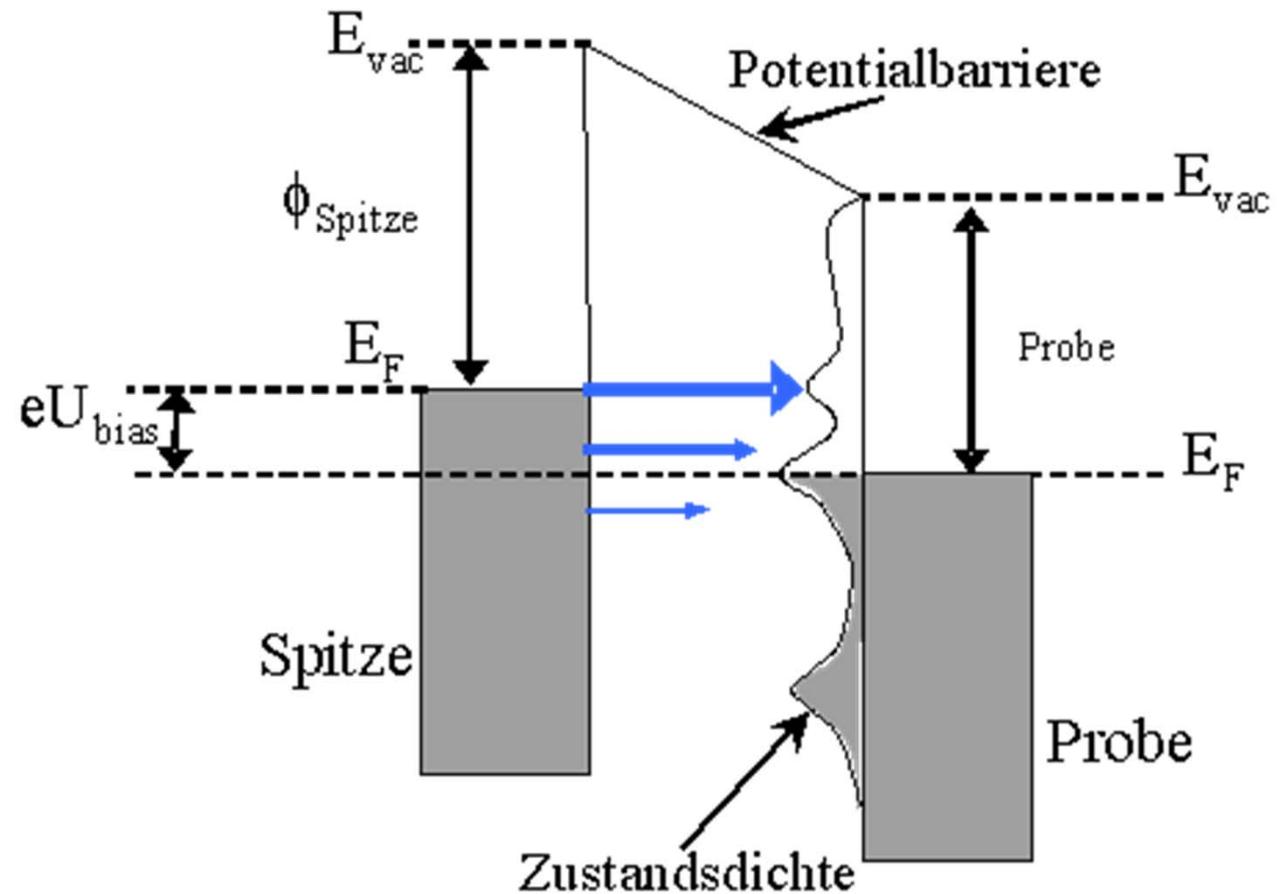
M.E. Davila and G. LeLay, *Scien. Rep.* **6**, 20714 (2016)

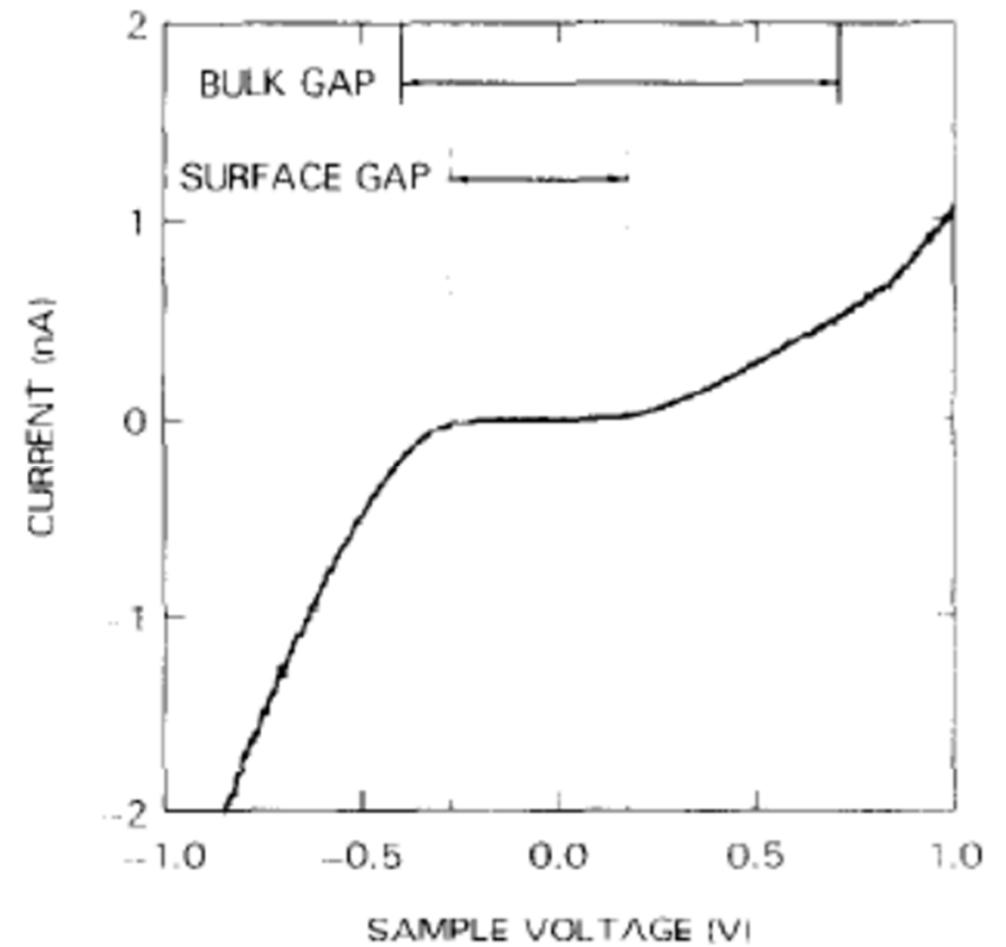
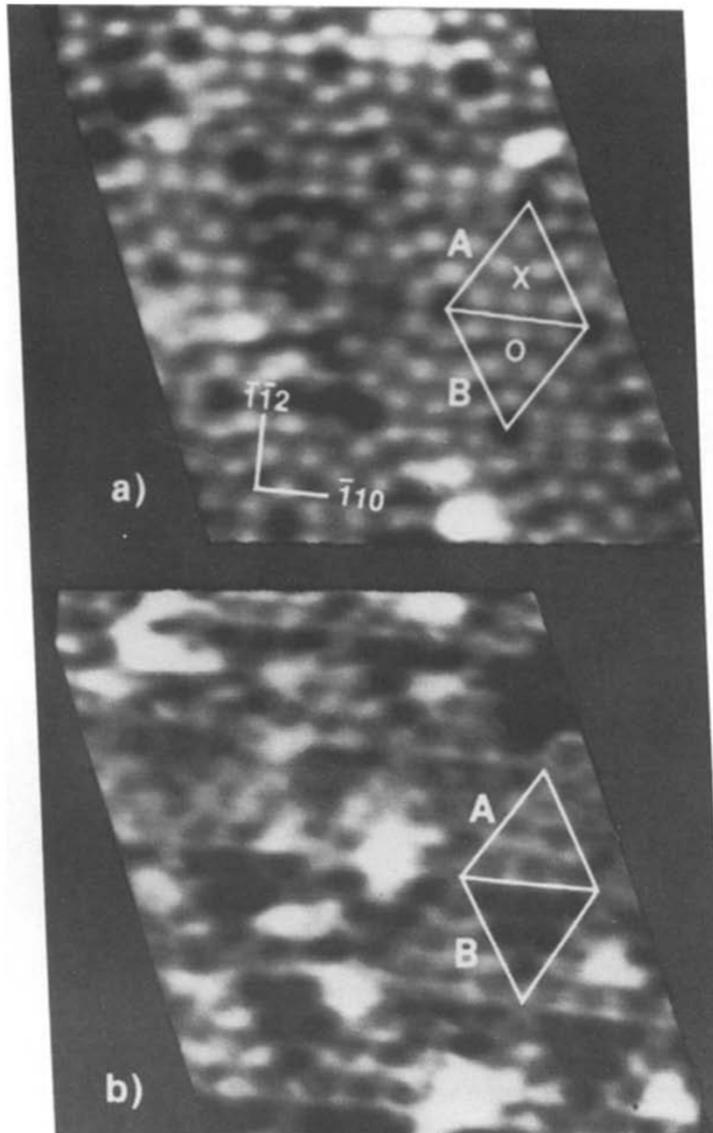


Rastertunnelmikroskopische Aufnahmen von Überstrukturen von Silicen auf einer Ag(111)-Oberfläche: 3×3 -Überstruktur einer Si-Monolage.

G. LeLay, E. Salomon, T. Angot and M.E. Davila, SPIE Proc. 9467 (2015)

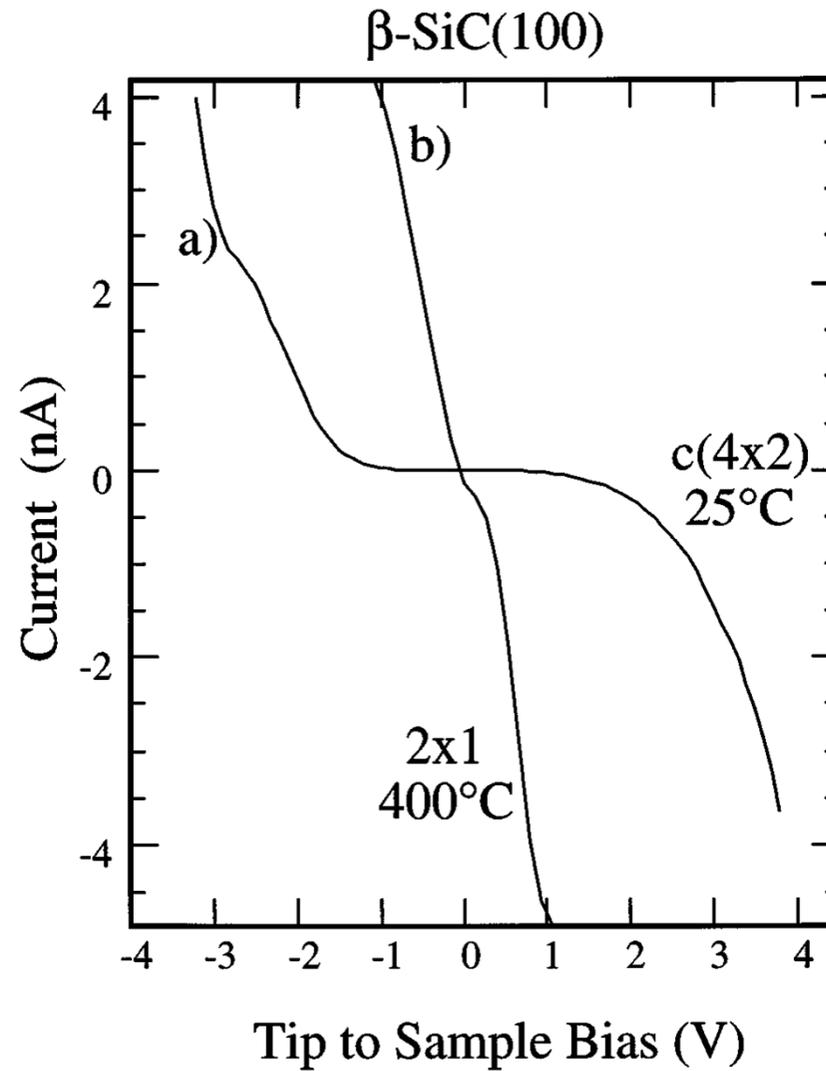
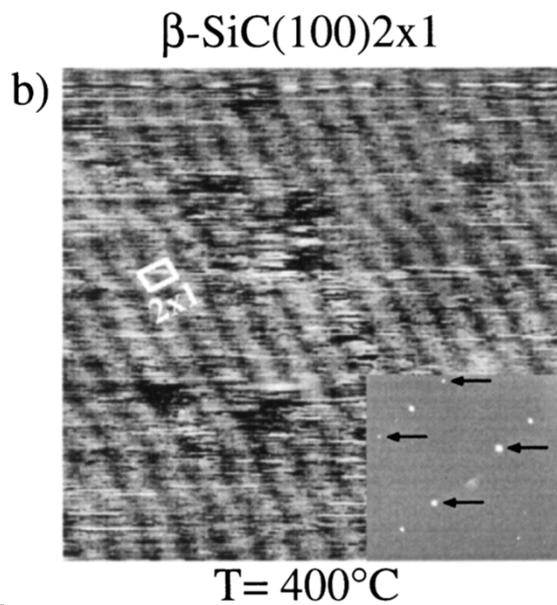
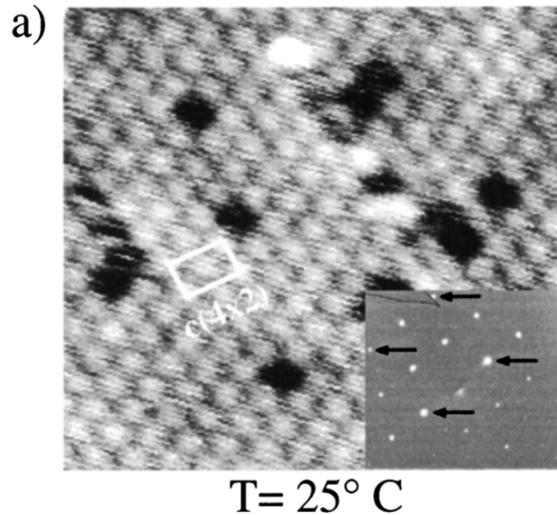
Rastertunnelspektroskopie

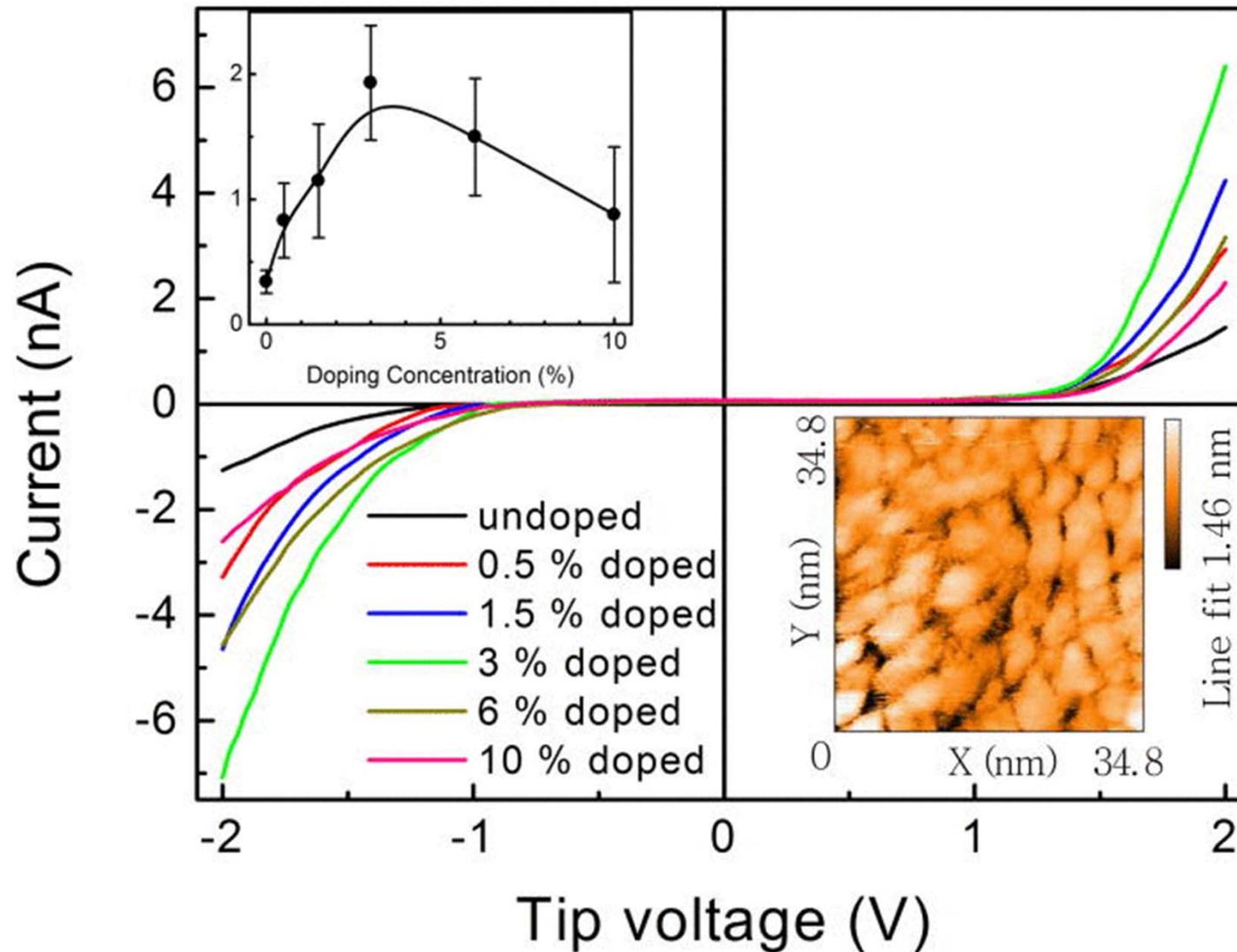




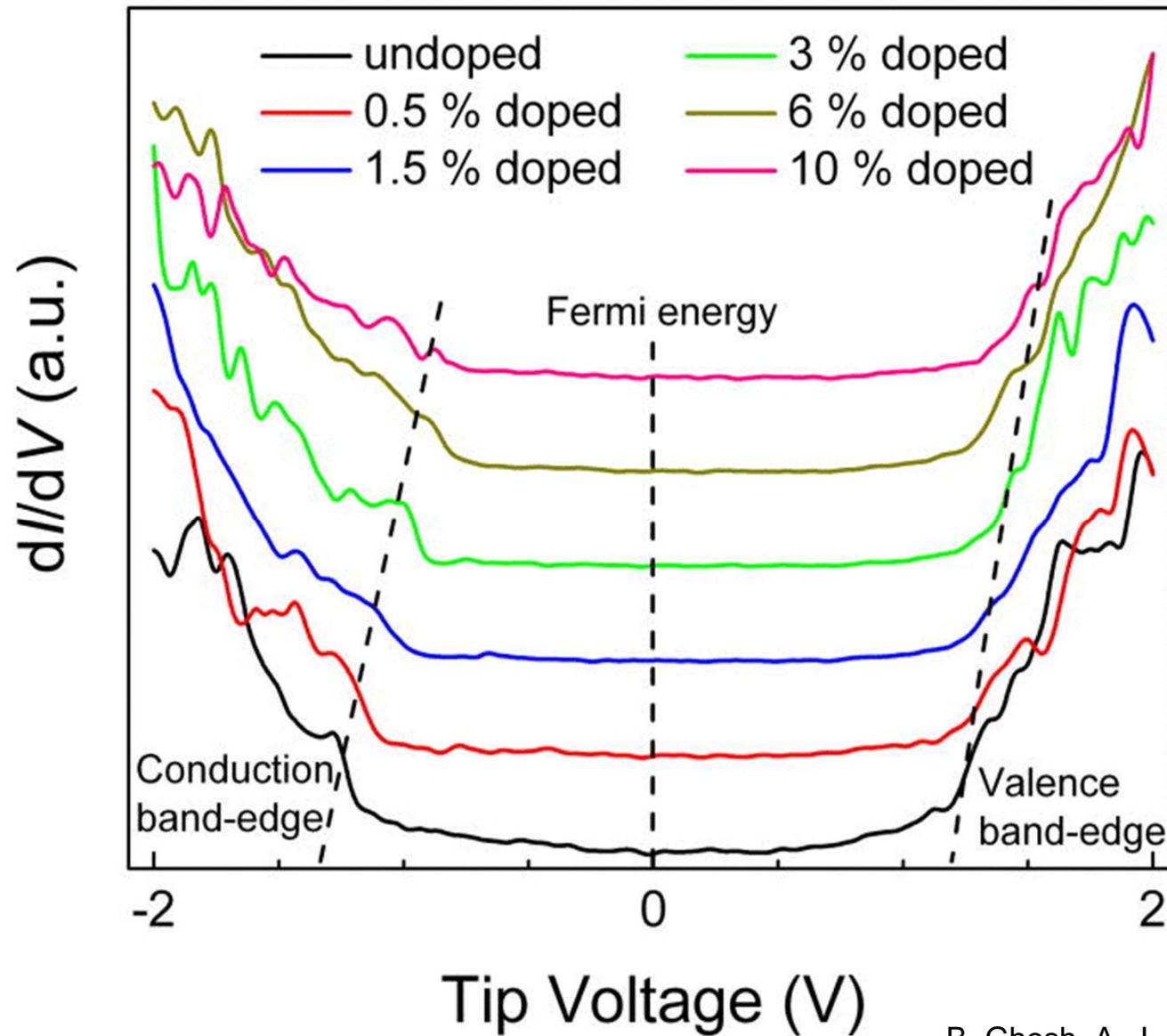
R. Feenstra, Surf. Sci. 299/300, 965 (1994).

β -SiC(100) c(4x2)

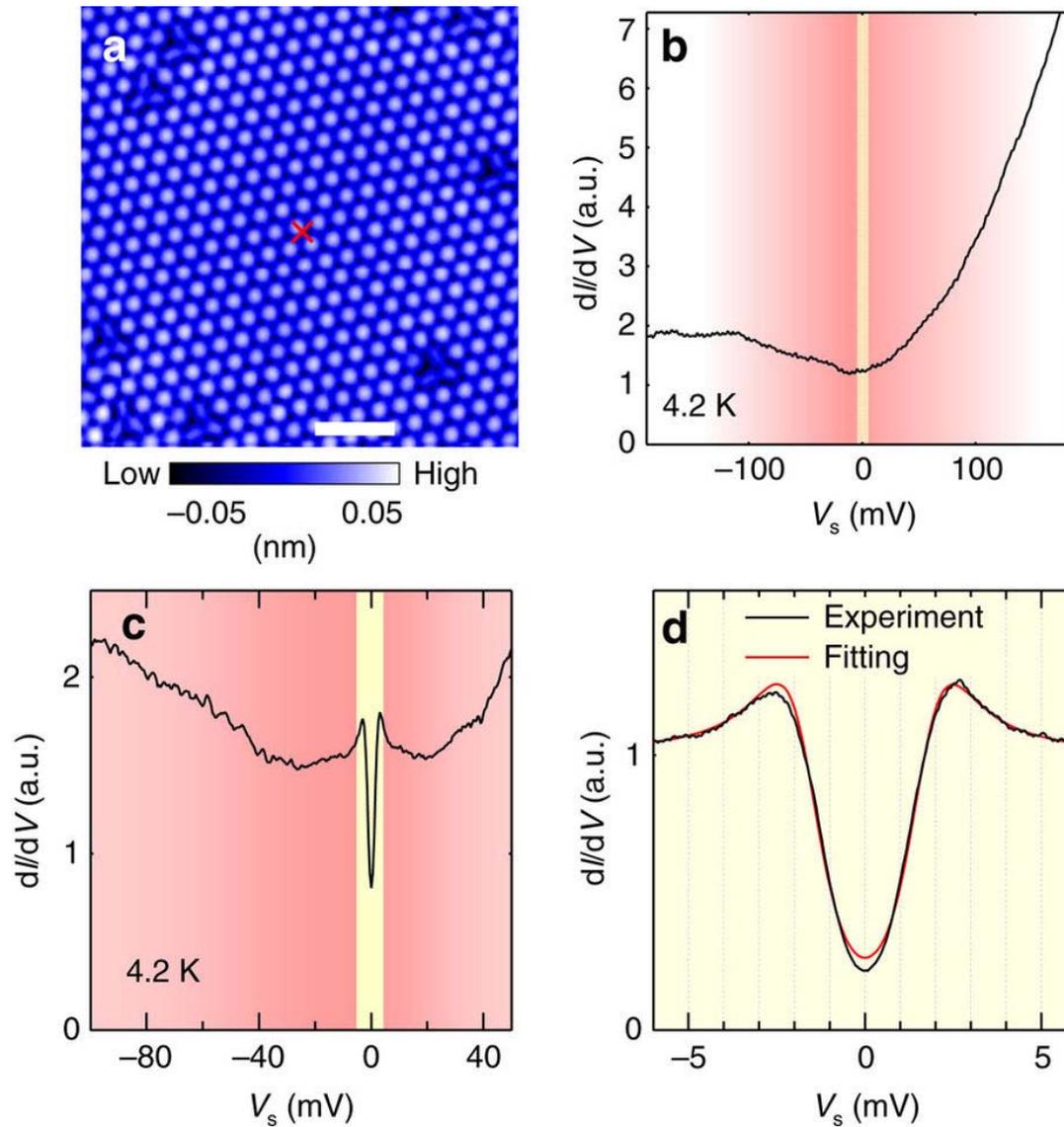




B. Ghosh, A. J. Pal, JAP **110**, 104303 (2011)

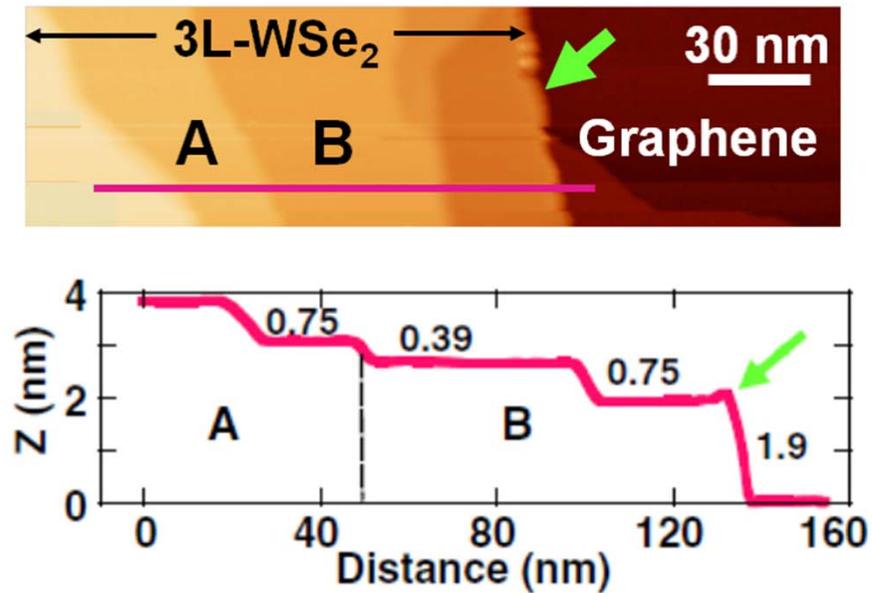


B. Ghosh, A. J. Pal, JAP 110, 104303 (2011)

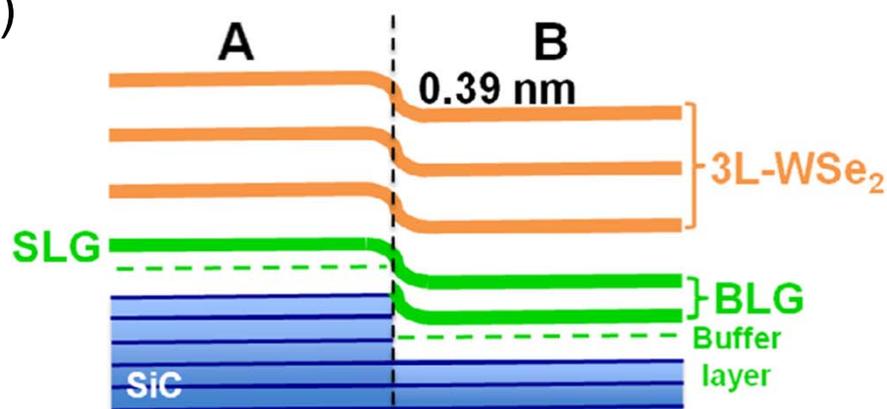


Y. Okada et al., Nat. Commun. 8, 15975 (2017)

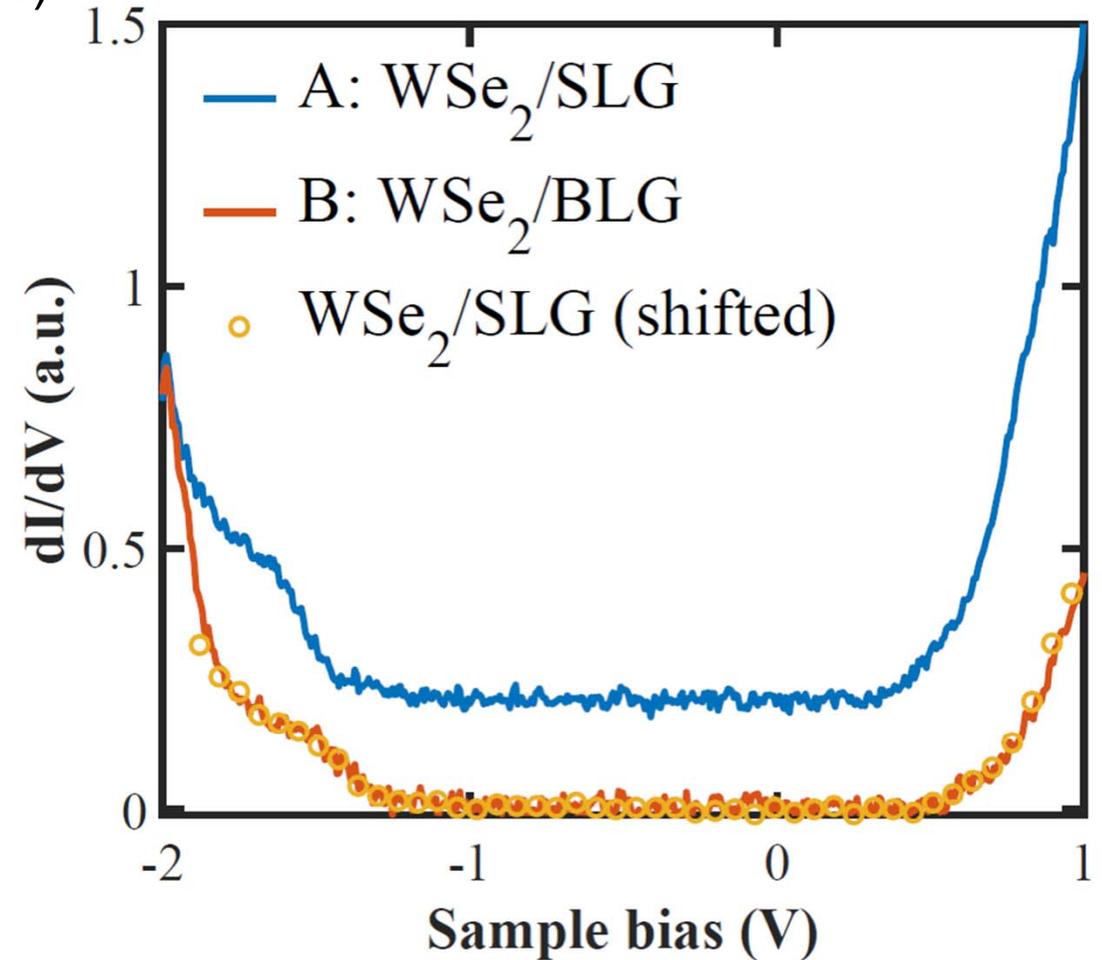
a)



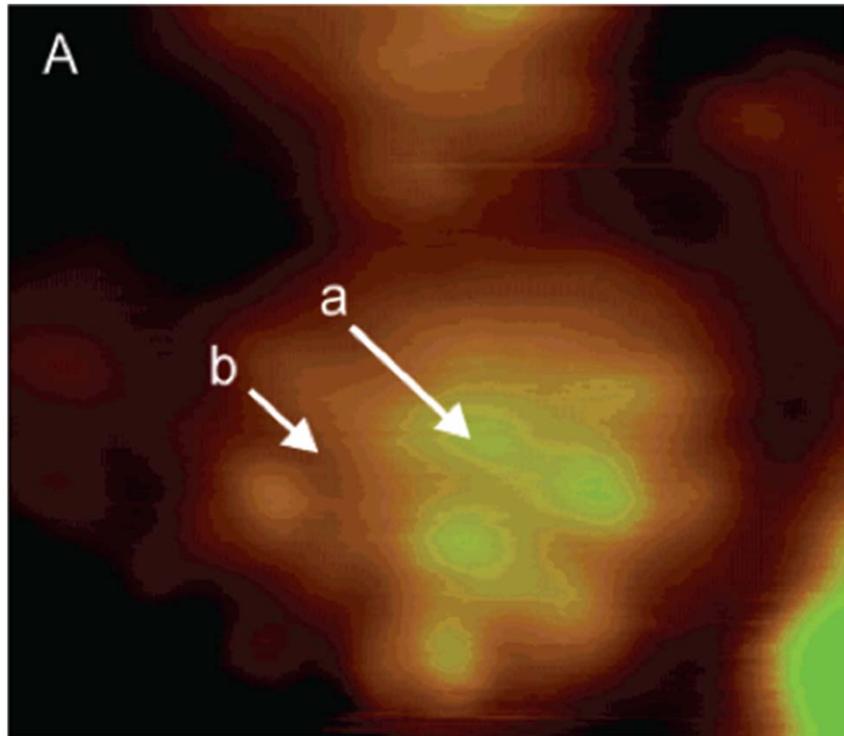
b)



c)

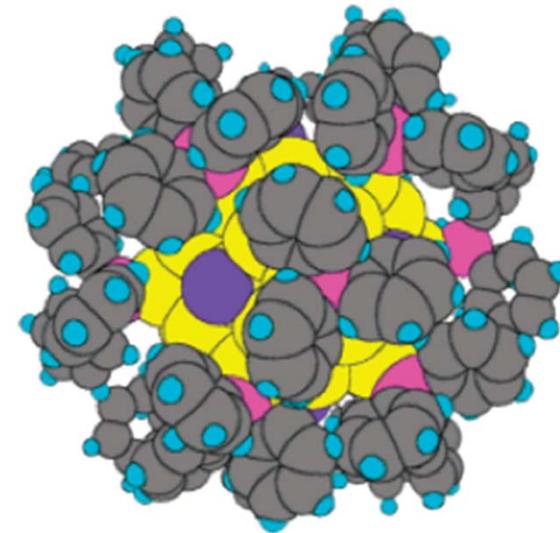


T Le Quang et al., 2D Mater. 4, 035019 (2017)

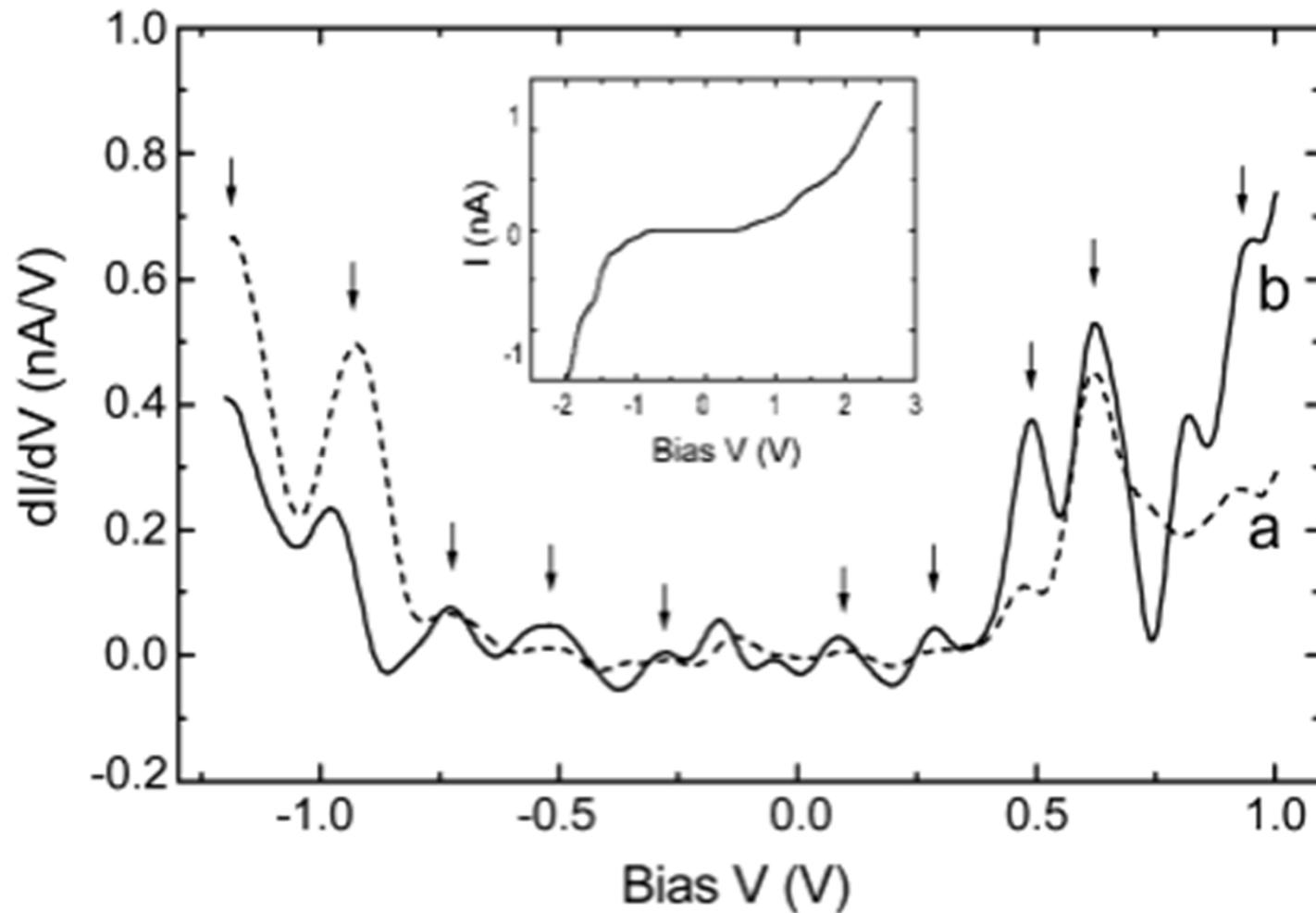


B

0.2 nm

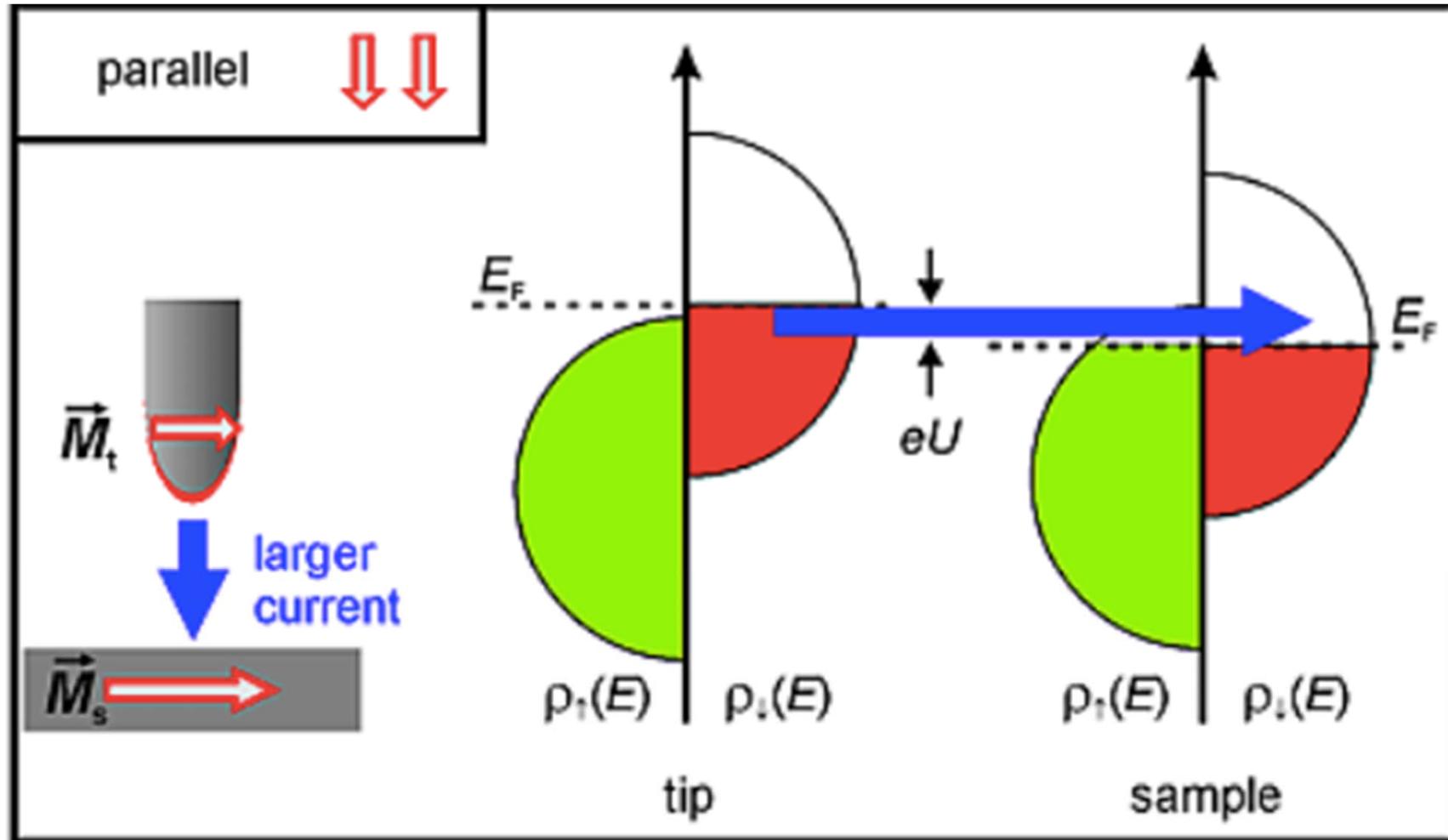


H. Zhang, G. Schmid and U. Hartmann, Nano Lett. 3, 305 (2003)

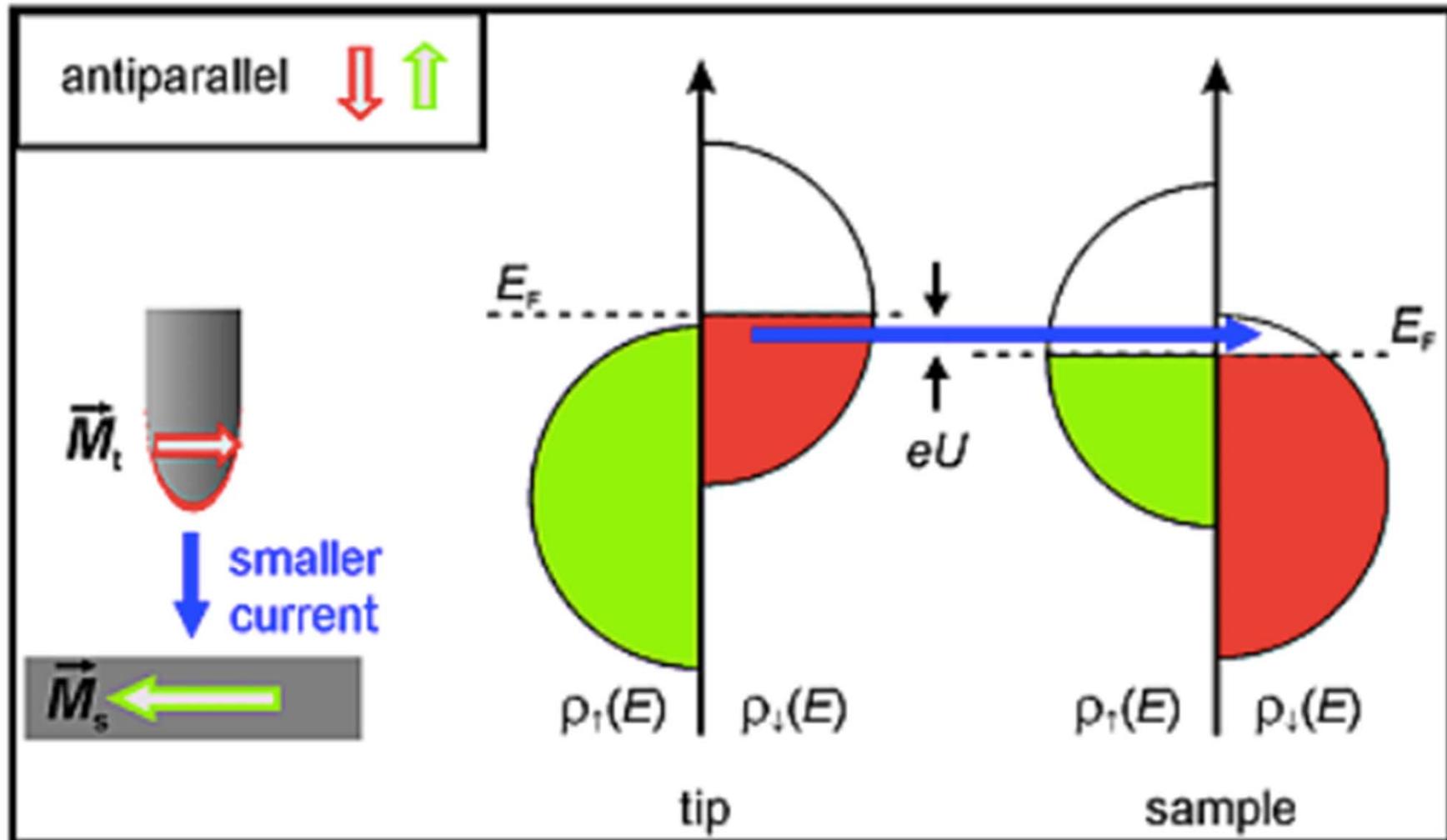


H. Zhang, G. Schmid and U. Hartmann, Nano Lett. 3, 305 (2003)

Spinpolarisiertes STM (SP-STM)

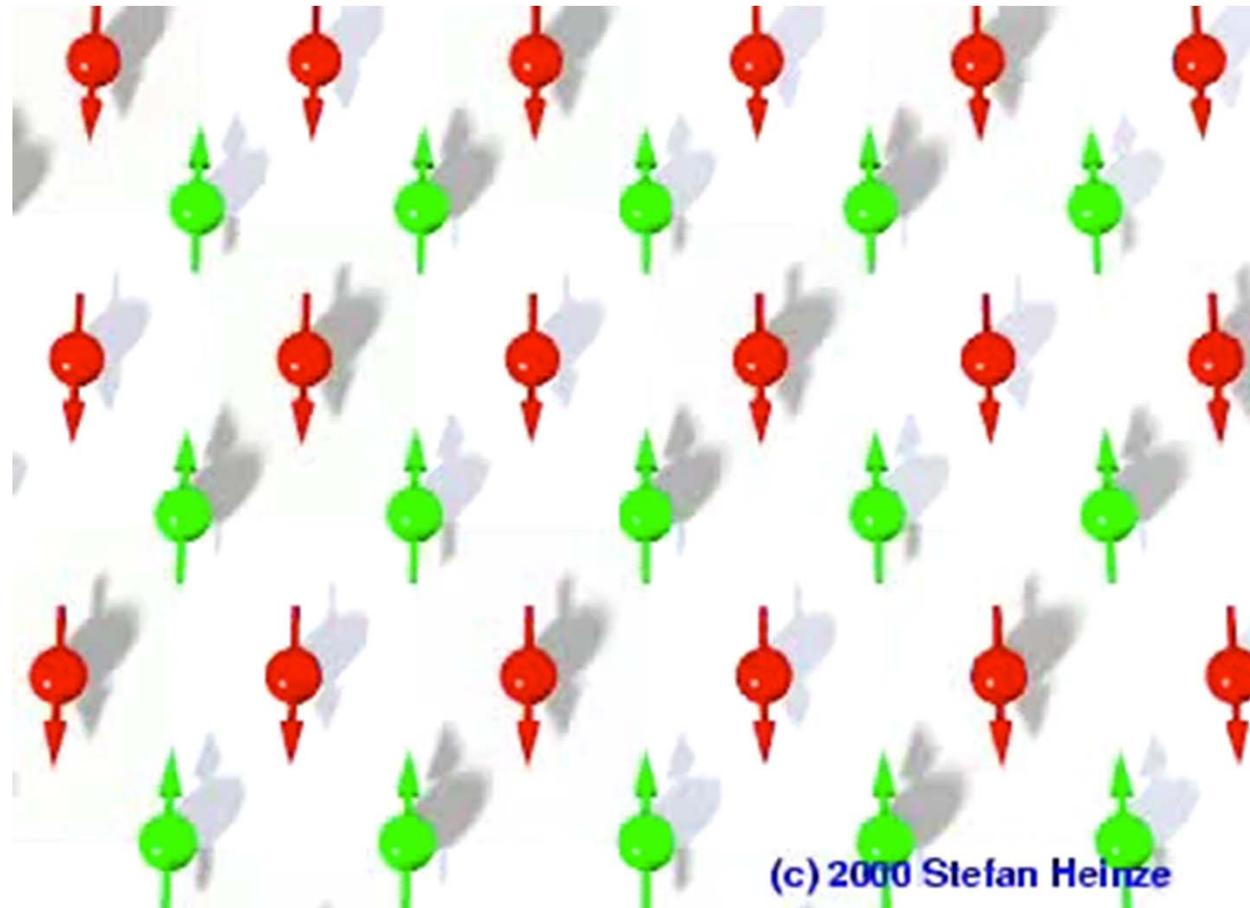


Spinpolarisiertes STM (SP-STM)



<http://www.nanoscience.de/HTML/methods/sp-stm.html>

Spinpolarisiertes STM (SP-STM)

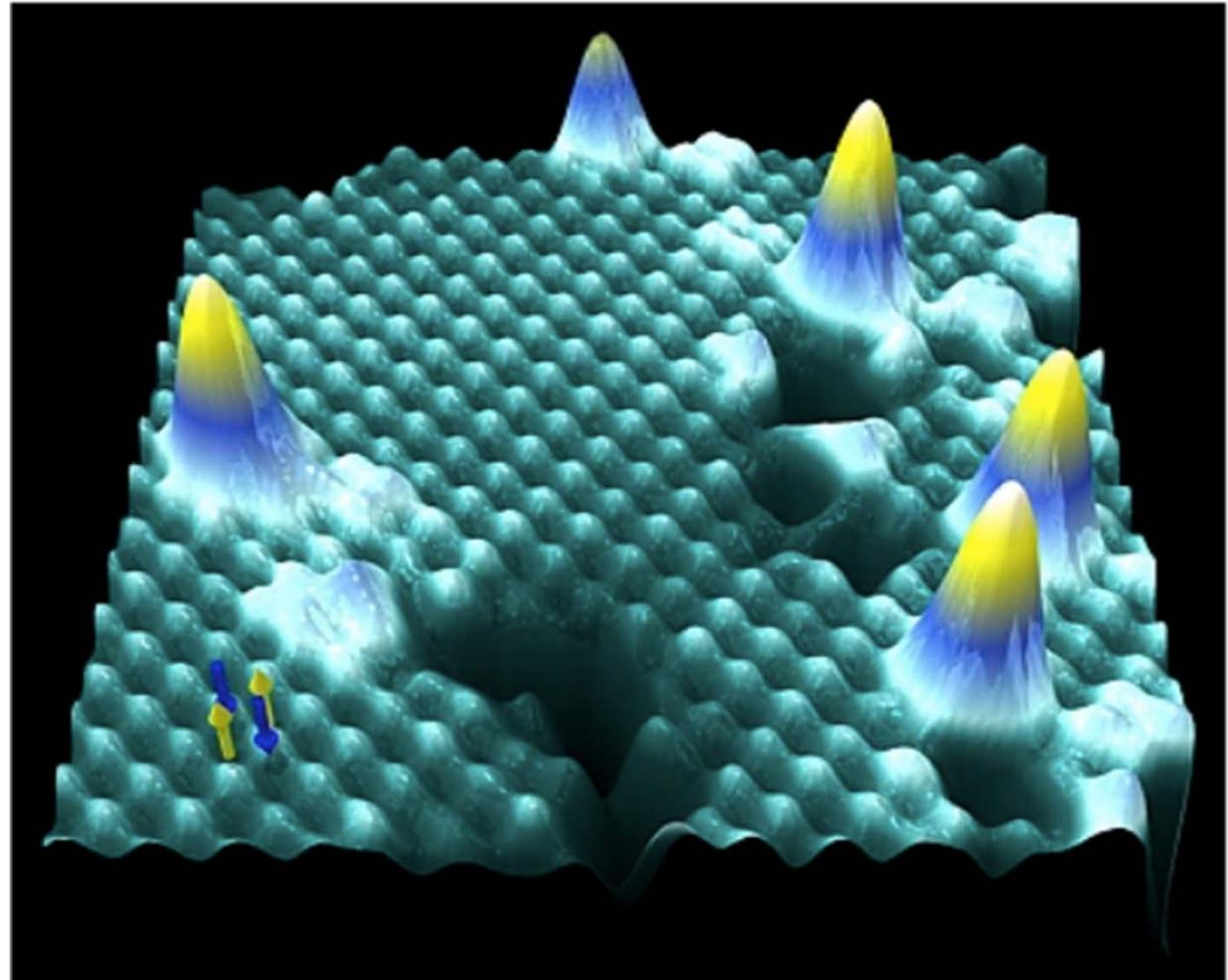


<https://www.youtube.com/watch?v=5g43LWUI18Y>

Spin polarisiertes STM (SP-STM)

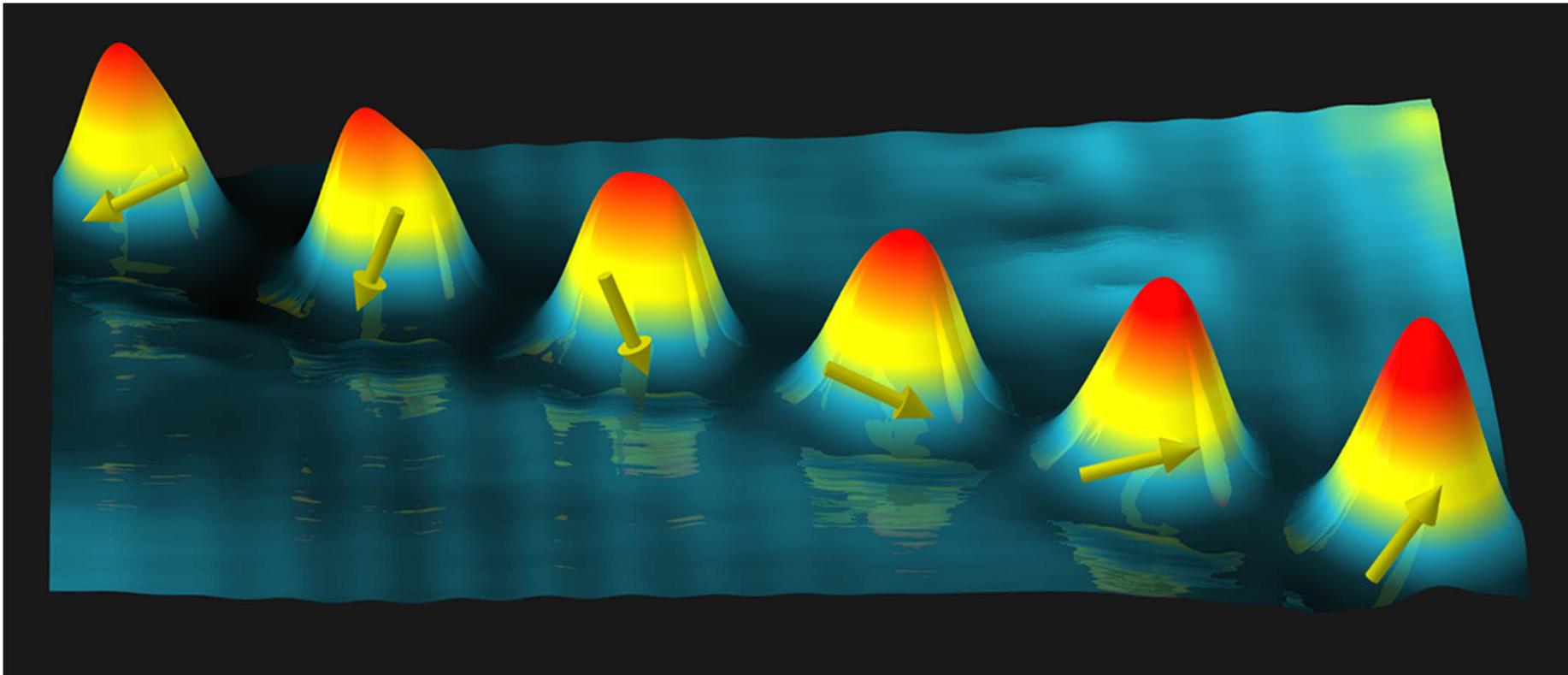
Konstantstrom-Abbildung
einer antiferromagnetischen
Atomlage Fe auf W(001) mit
Defekten und Adatomen

$T = 8 \text{ K}$, $I = 1 \text{ nA}$, $U = -50 \text{ mV}$,
Bildgröße: $10 \times 10 \text{ nm}^2$



D. Serrate et al., Nature Nanotechnology 5, 350 (2010)

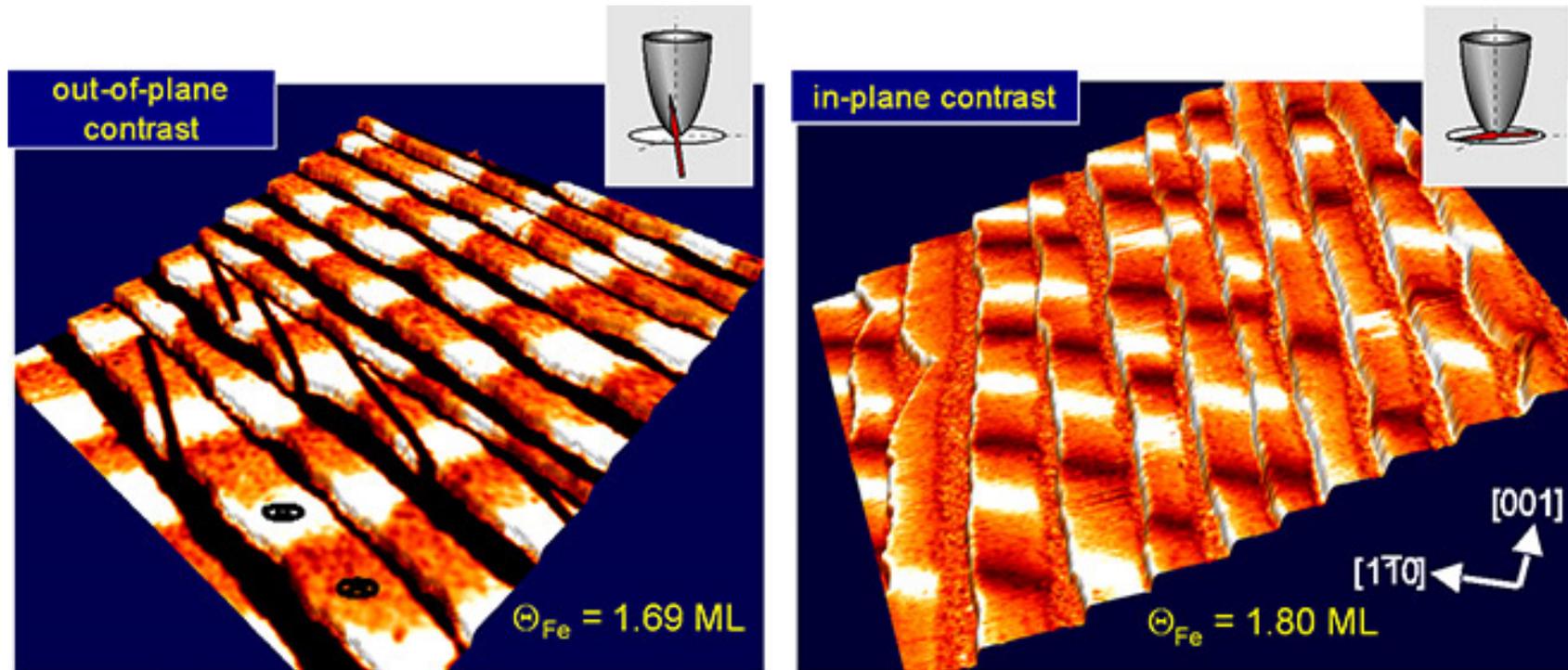
Spin polarisiertes STM (SP-STM)



Konstantstrom-Abbildung von Co-Atomen auf Mn/W(110). $T = 10$ K, Bildgröße: 8×5 nm²

D. Serrate et al., Nature Nanotechnology 5, 350 (2010)

Spinpolarisiertes STM (SP-STM)



Fe-Lagen auf W(110)-Substrat

S. Meckler et al., Phys. Rev. B 85, 024420 (2012)

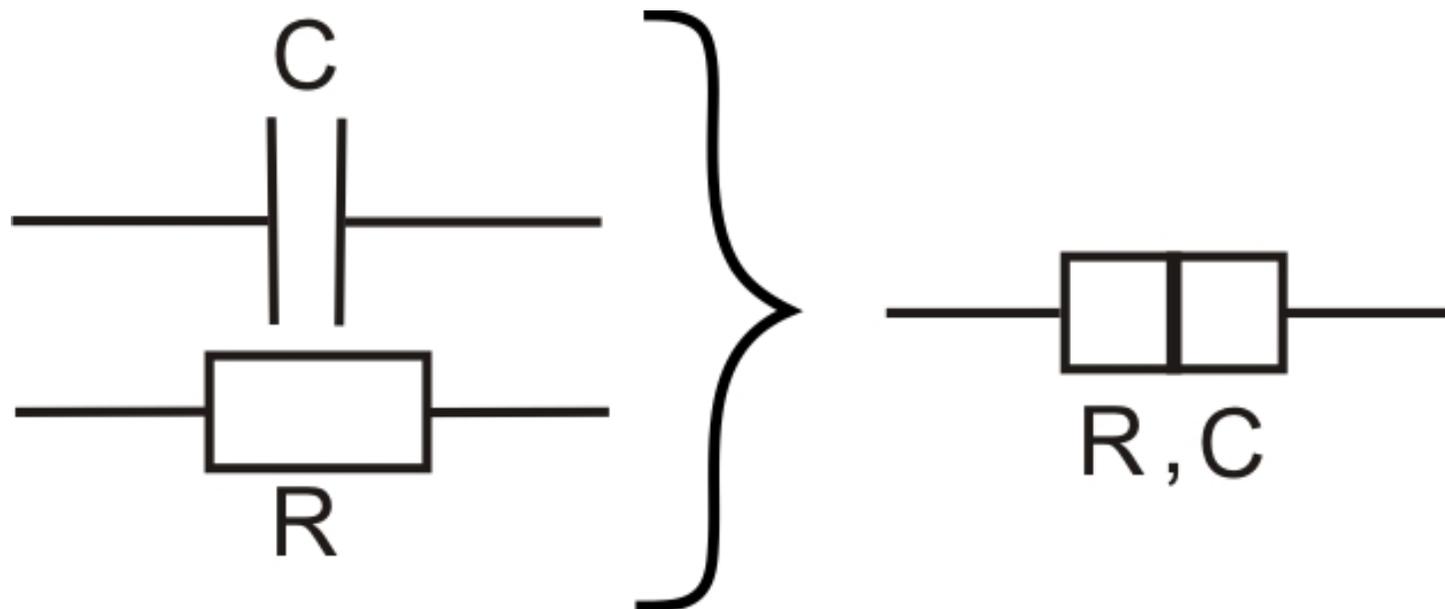


3.5. Einzelelektronentunneln

- **SET (Single Electron Tunneling)**

- Ohmscher Tunnelkontakt:

- Widerstand
- Kapazität





- **Quantenpunkt**



Elektronen im Potentialtopf

- **Zustände der Elektronen im Potentialtopf?**

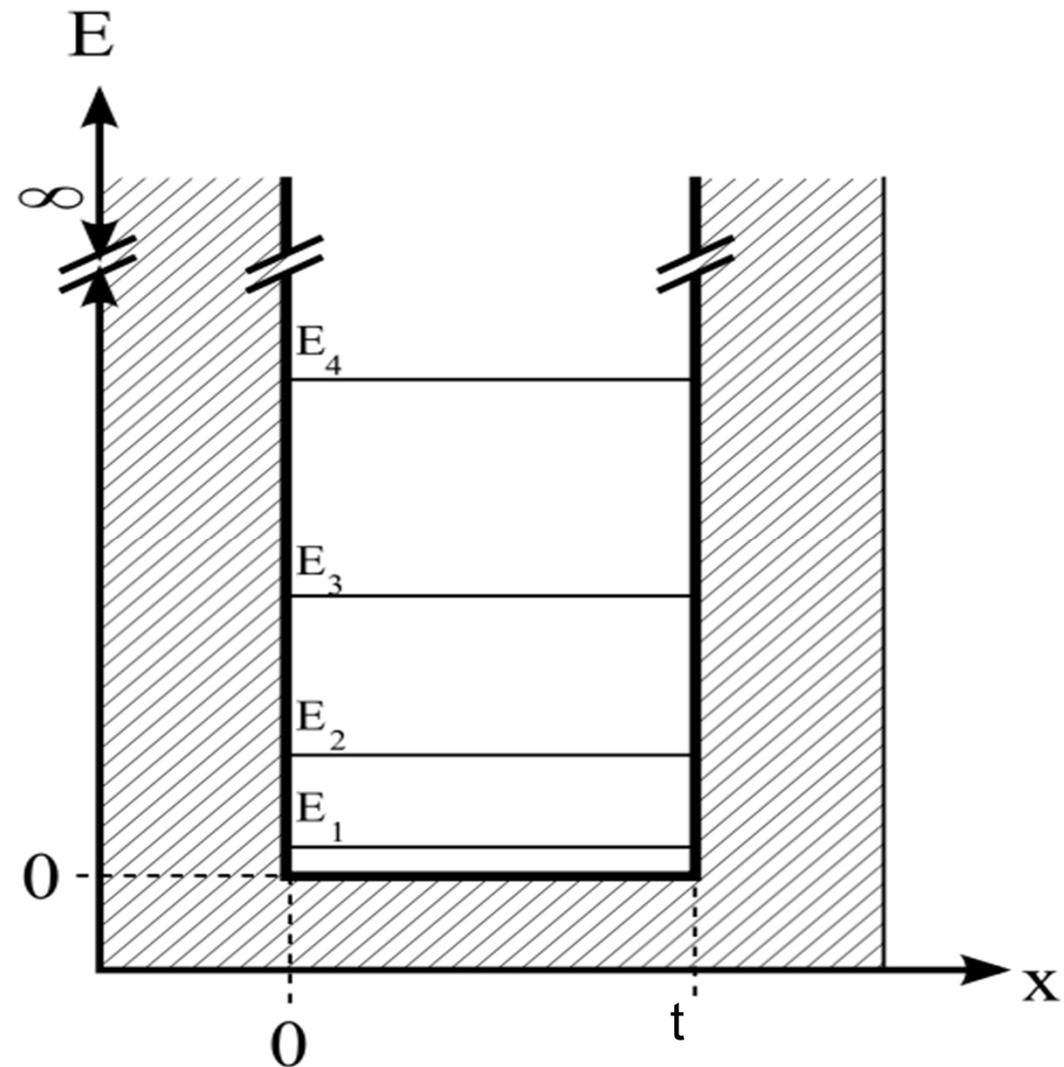
- Lösen der SG
- Beachten von RB
- Berechnen der Eigenwerte und Eigenfunktion

- **Energie ist quantisiert**

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mt^2} n^2$$

- **Nullpunktenergie $\neq 0$!**

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mt^2}$$





- **Quantenpunkt**

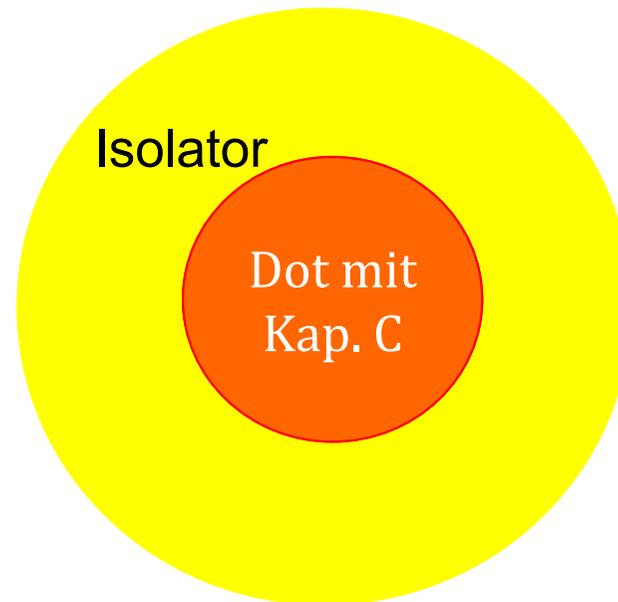
- Laterale Einschränkung der Elektronen (diskrete Energieniveaus)
- Elektron-Elektron-Wechselwirkung (Vielteilchensystem)
- Quasiklassische Beschreibung im Rahmen elektrostatischer Aufladephänomene



Dot mit
Kap. C

- Tunnelprozesse werden quantenmechanisch behandelt

- **verbunden mit idealer Stromquelle**
 - Aufladen des Kondensators

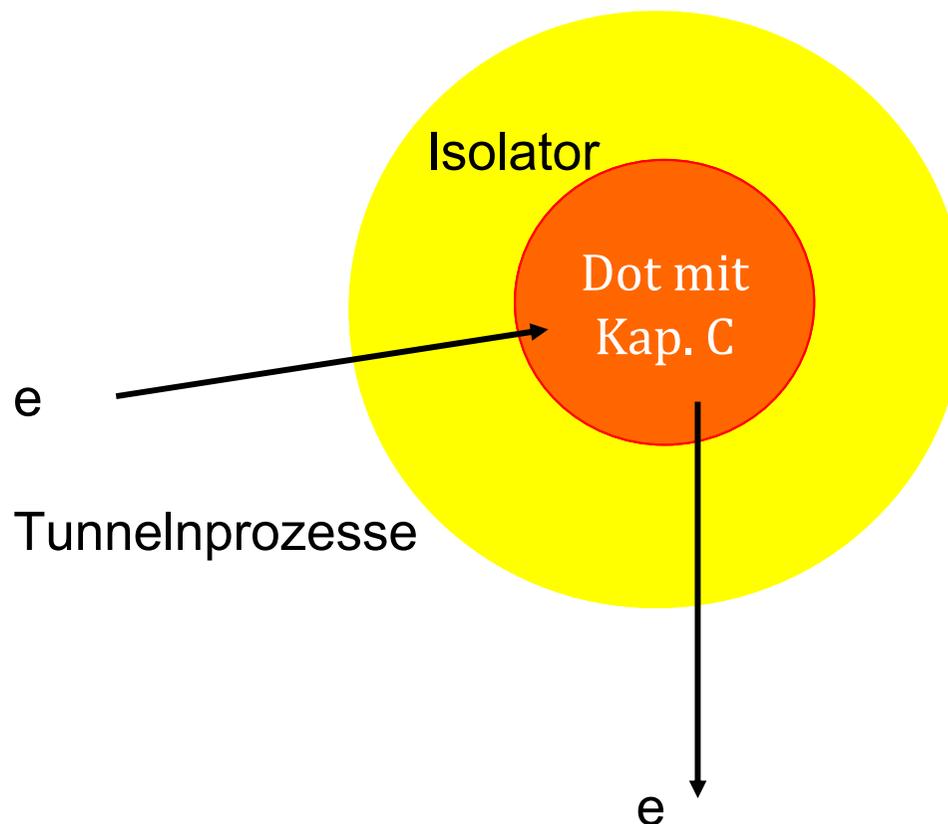


$$E_C = \frac{Q^2}{2C}$$

Ladungsenergie

Q: akkumulierte Ladung

- **verbunden mit idealer Stromquelle**



$$E_C = \frac{(Q \pm e)^2}{2C}$$

Ladungsenergie

Q: akkumulierte Ladung



- **Energieänderung beim Tunneln eines einzelnen Elektrons:**

$$\Delta E_{\pm} = \pm eV + \frac{e^2}{2C}$$

- **Für kleine Spannungen V:**
 - $\Delta E > 0$ Tunnelprozesse sind unterdrückt!

- **Energieänderung beim Tunneln eines einzelnen Elektrons:**

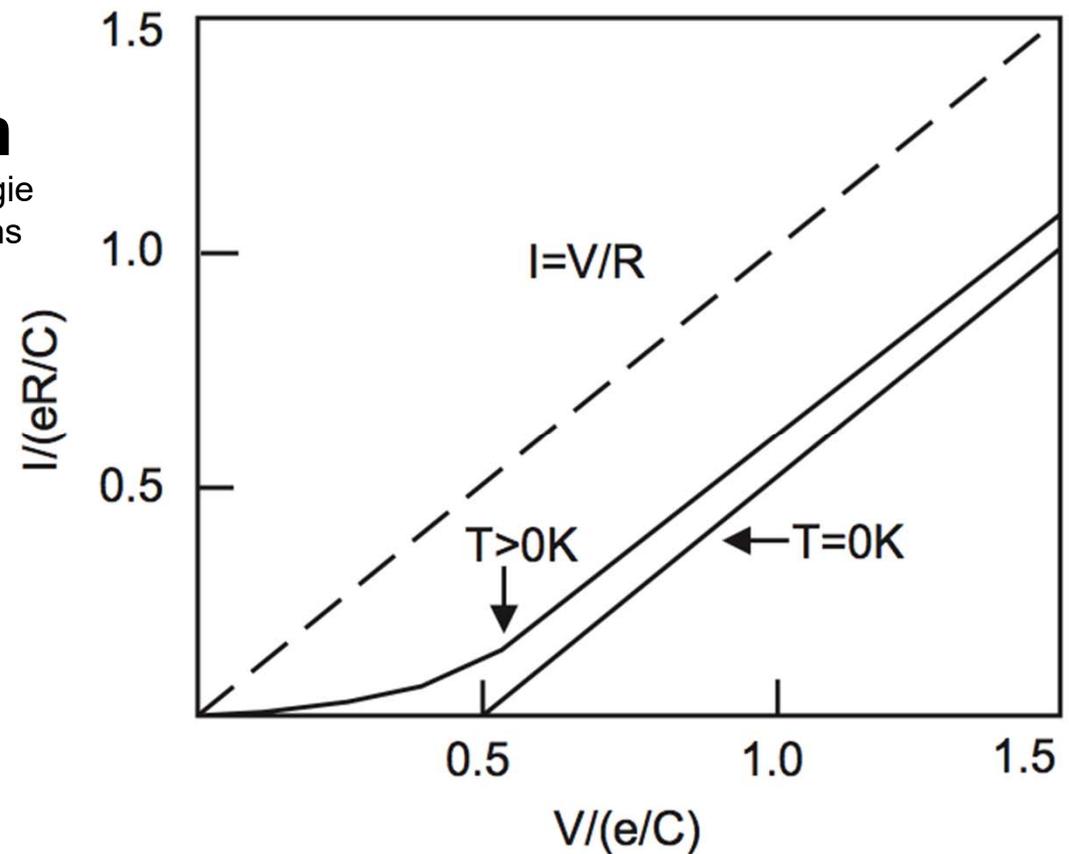
$$\Delta E_{\pm} = \pm eV + \frac{e^2}{2C}$$

Ladungsenergie
eines Elektrons

- **Damit ein Elektron tunnelt, muss gelten:**

$$eV > \frac{e^2}{2C}$$

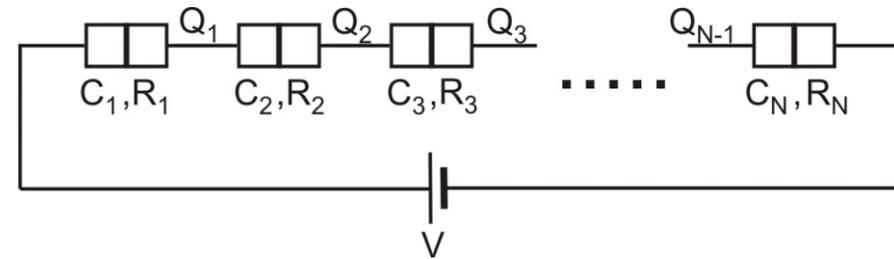
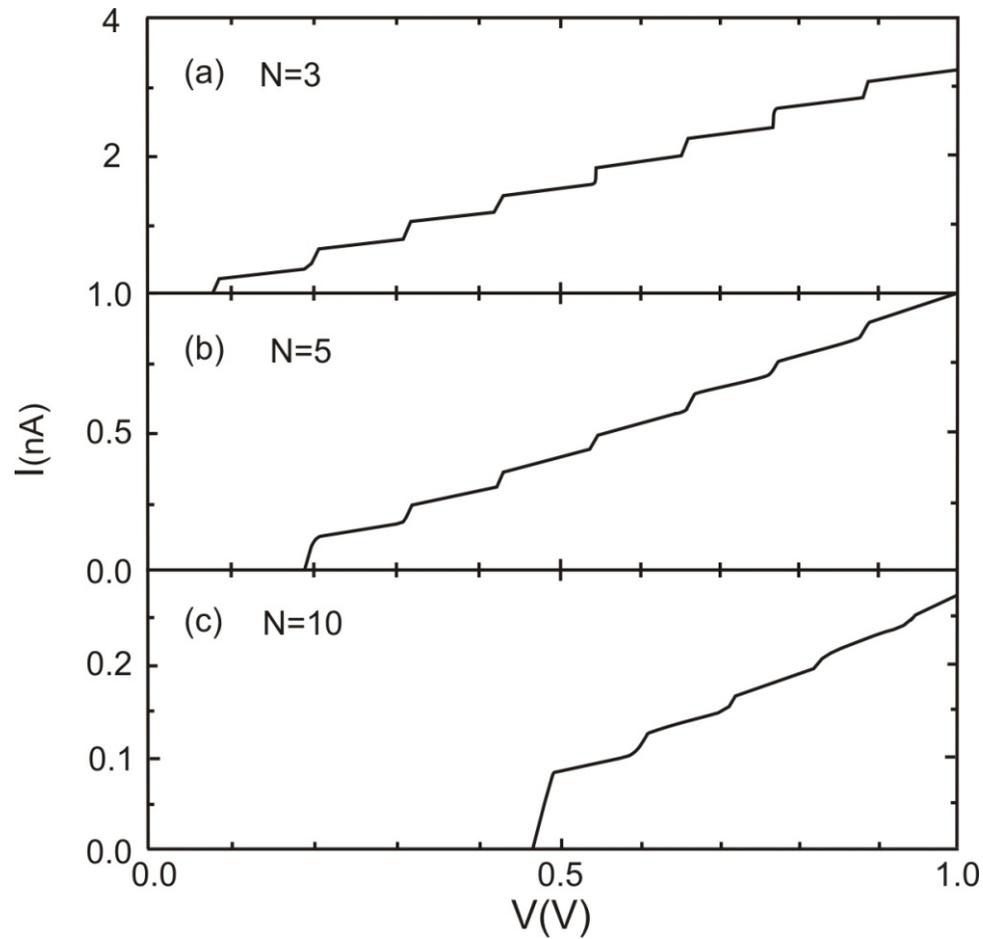
$$k_B T \ll \frac{e^2}{2C} \quad \text{für kleine } C$$



“Coulomb-Blockade”

$$V < \frac{e}{2C}$$

N Einzelektronentunnelkontakte in Serie





- **Bedingungen für sequenzielles Tunneln von einzelnen Elektronen:**

- Aufladungsenergie (E_C) und Aufladungszeit (τ) des “Nano“-Kondensators müssen groß sein im Verhältnis quantenmechanischen Unschärfen:

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim h$$

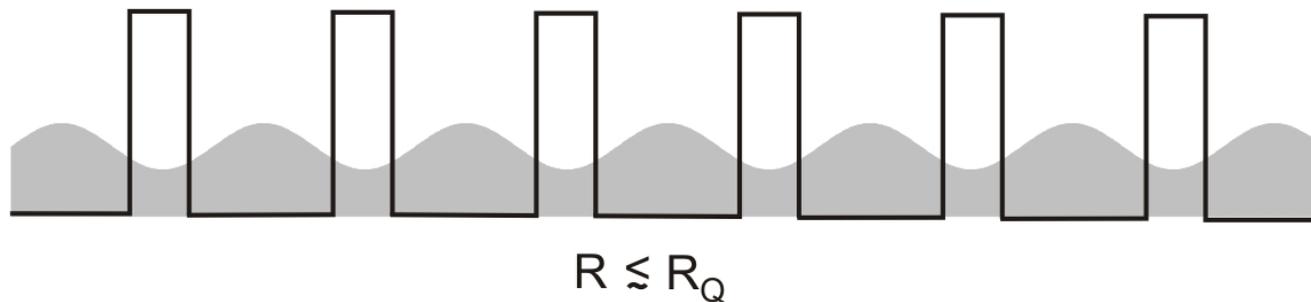
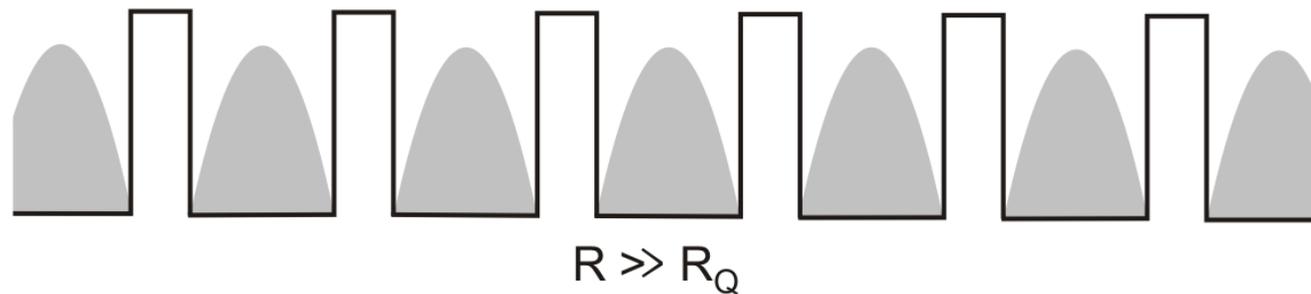
$$E_C = \frac{e^2}{2C} \gg \Delta E$$

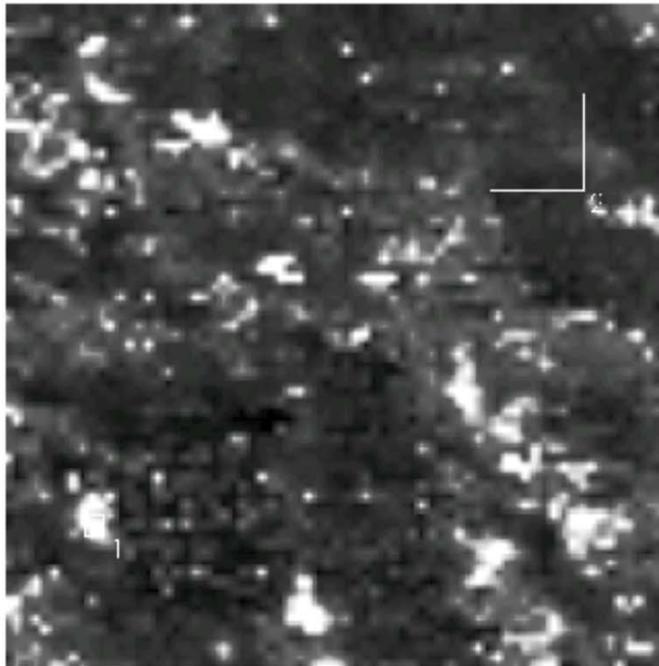
$$\tau = 2RC \gg \Delta t$$

$$R \gg \frac{h}{e^2} = R_K$$

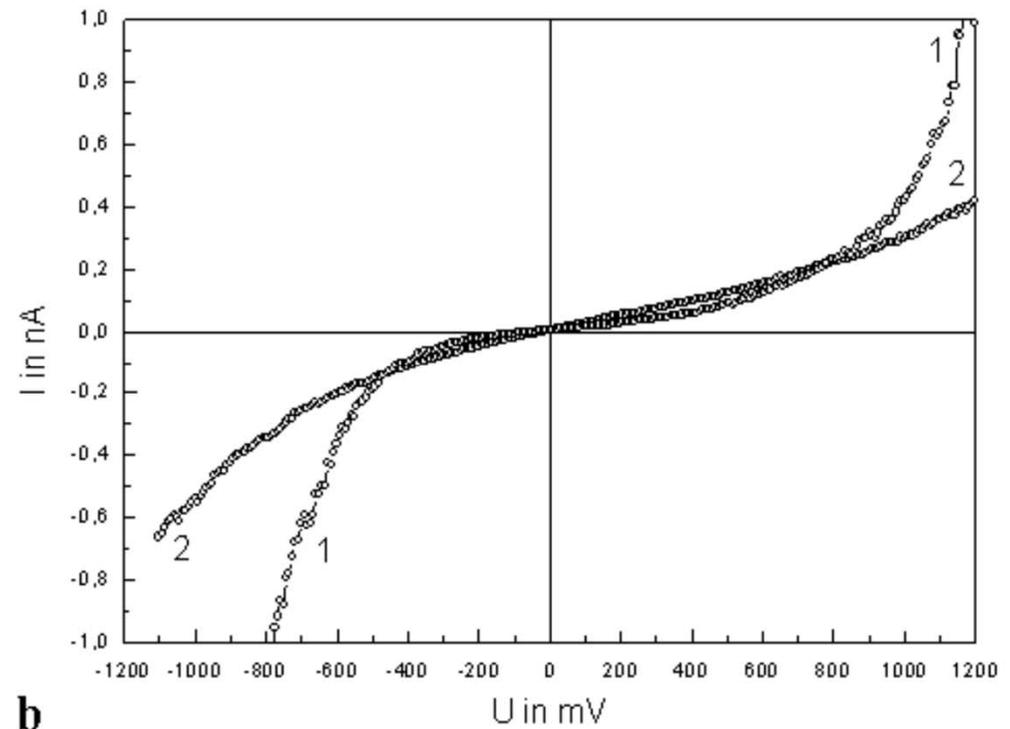
Fundamentales Widerstandsquantum
 (“von Klitzing-Konstante”), $R_K \approx 25,8 \text{ k}\Omega$

- **Bedingungen für sequenzielles Tunneln von einzelnen Elektronen:**
 - Bei genügend großem Tunnelwiderstand sind die Wellenfunktionen der Tunnelkontakte dann entkoppelt



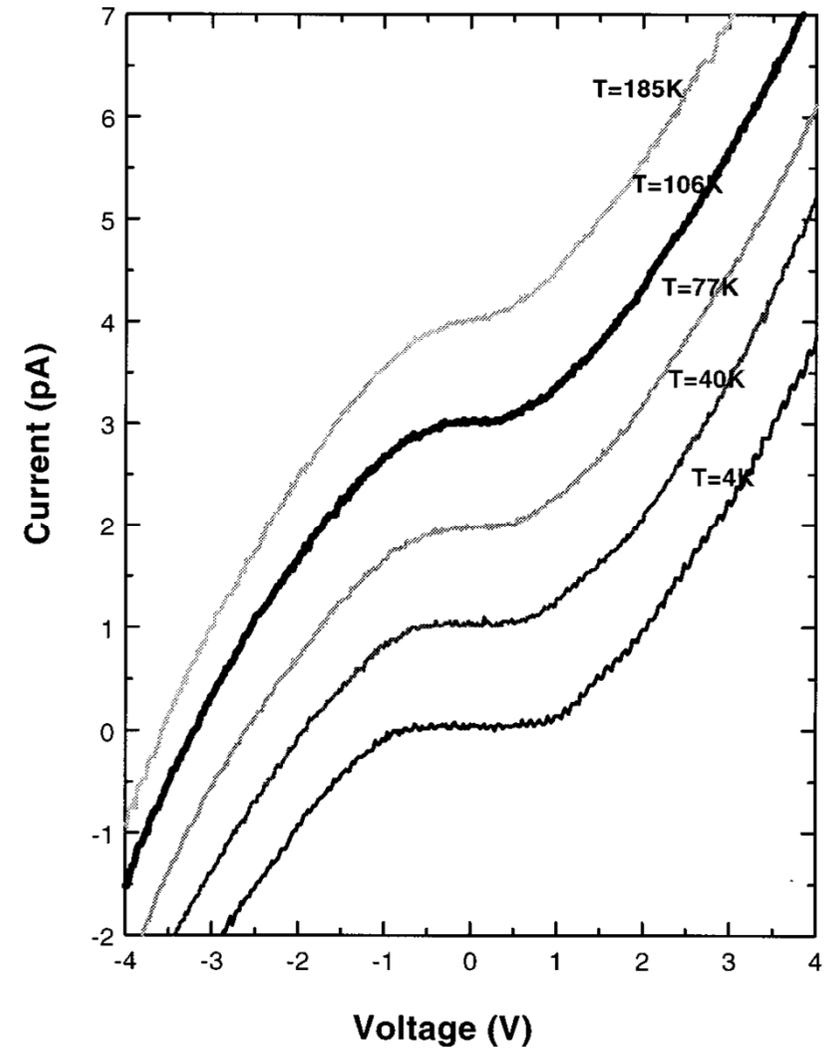
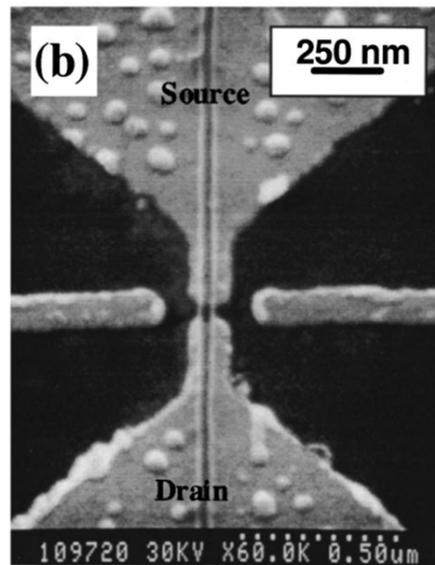
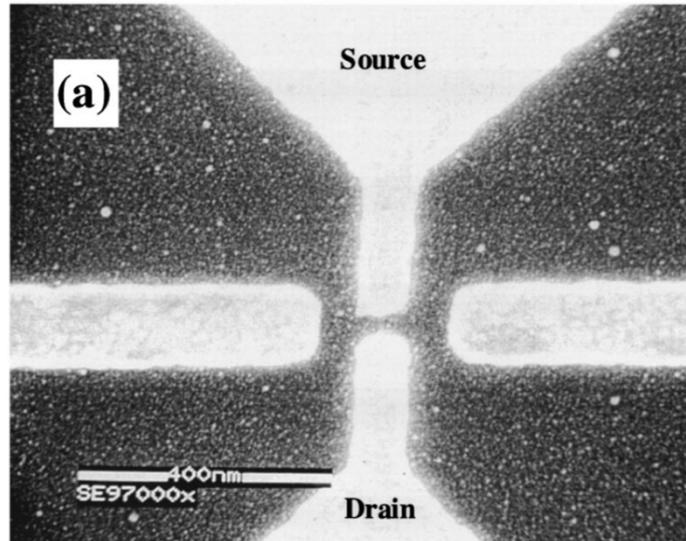


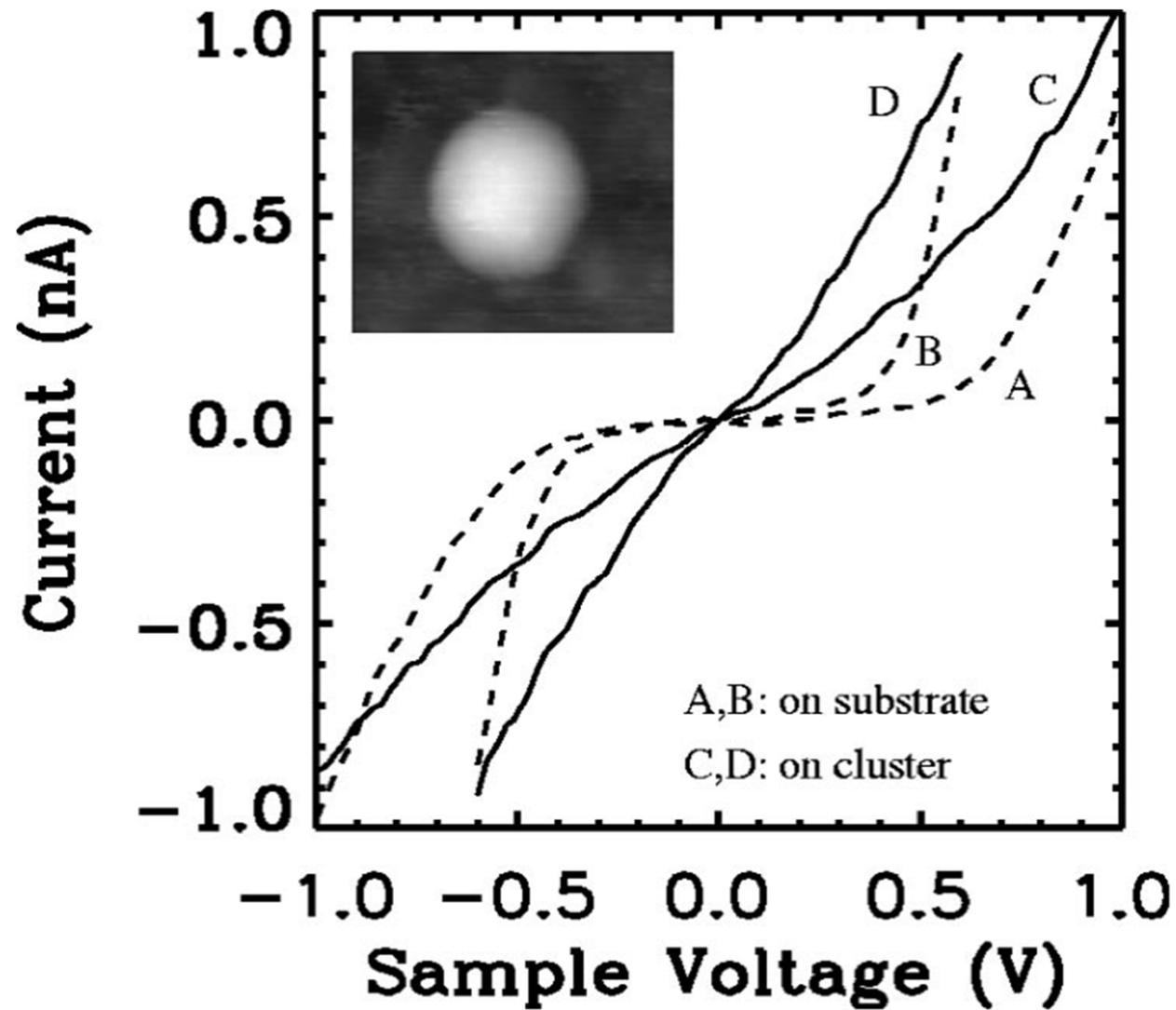
a



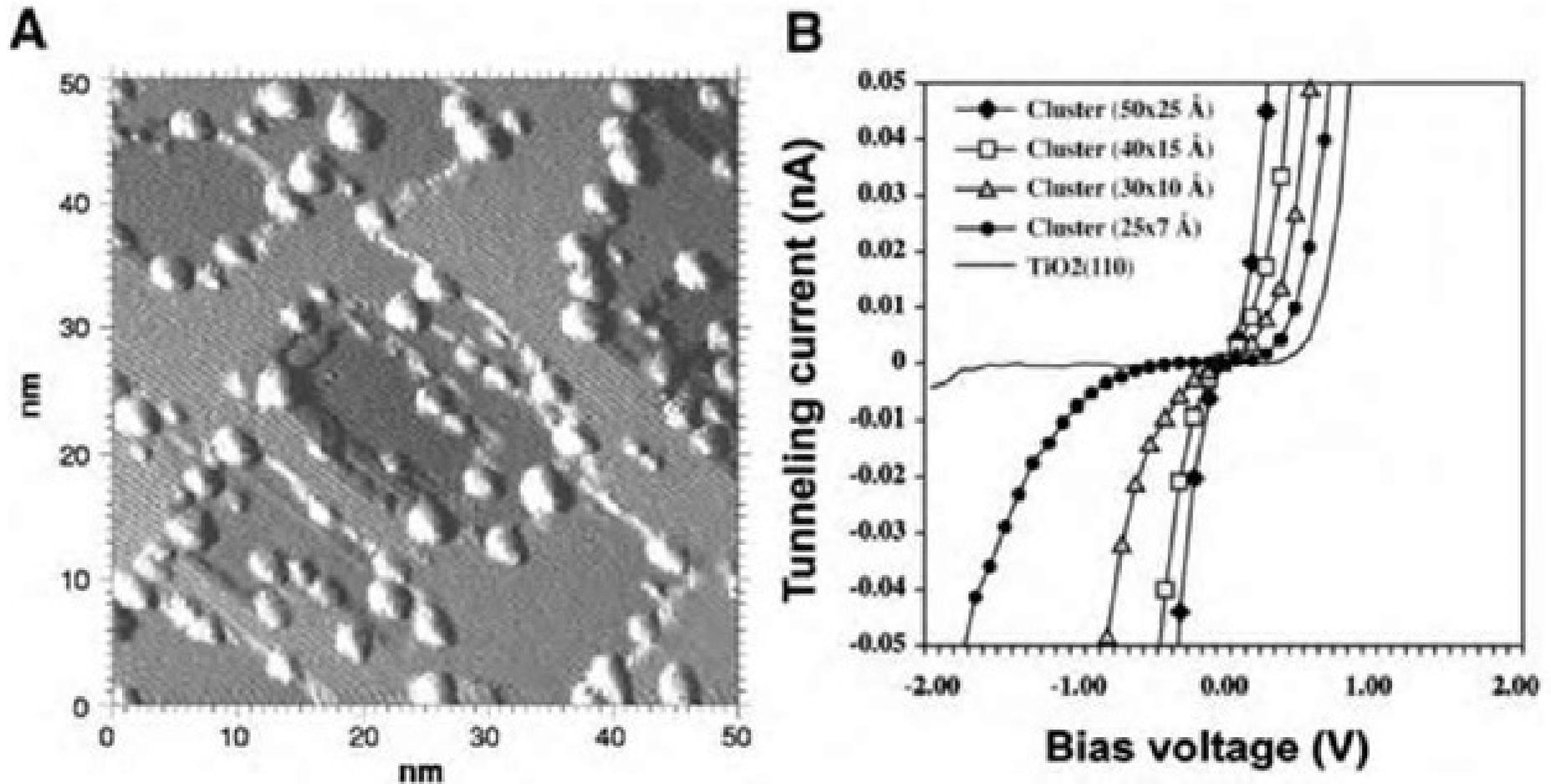
b

L. F. Chi, Appl. Phys. A 66, S187 (1998)

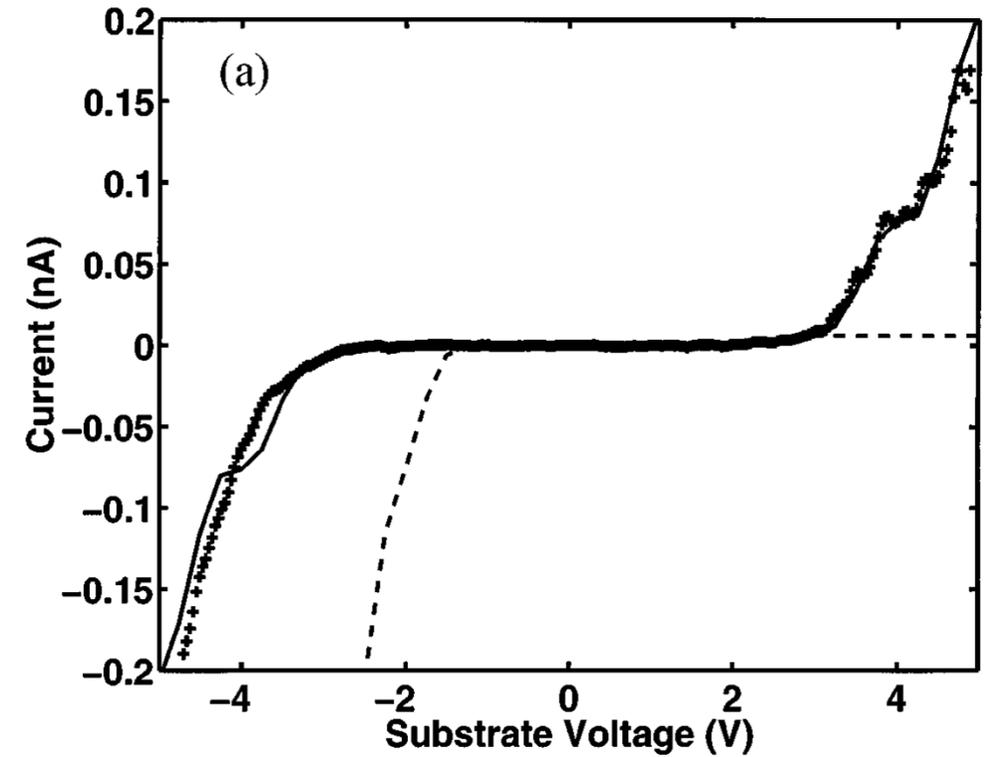
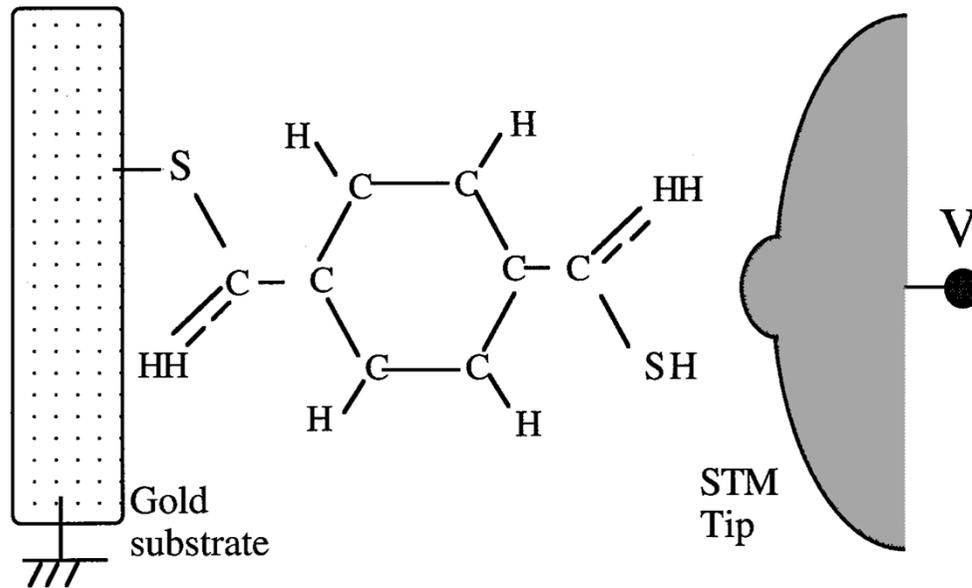




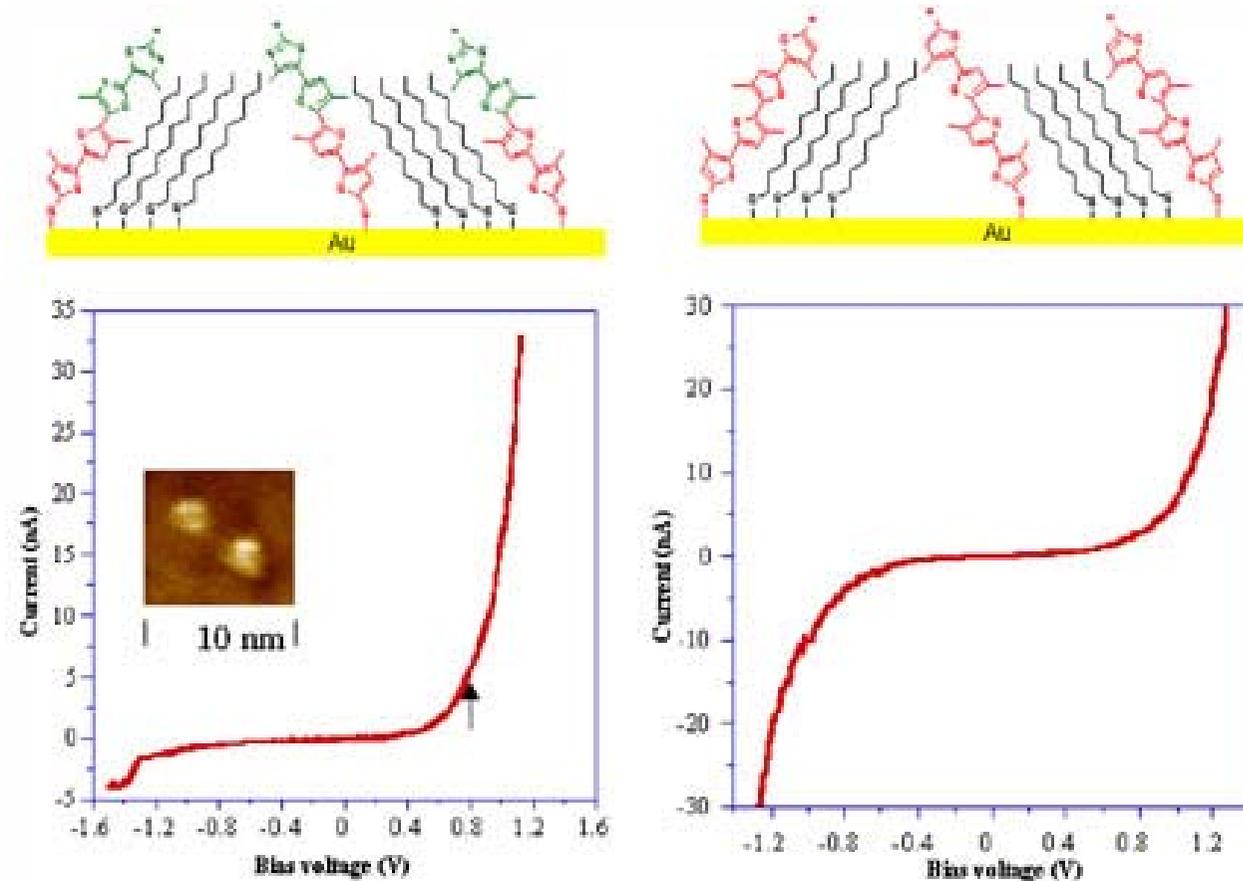
T. Lee et al., Appl. Phys. Lett., 76, 212 (2000)



<http://what-when-how.com/nanoscience-and-nanotechnology/metal-clusters-on-oxides-nanotechnology/>



S. Datta et al., PRL 79, 2530 (1997)

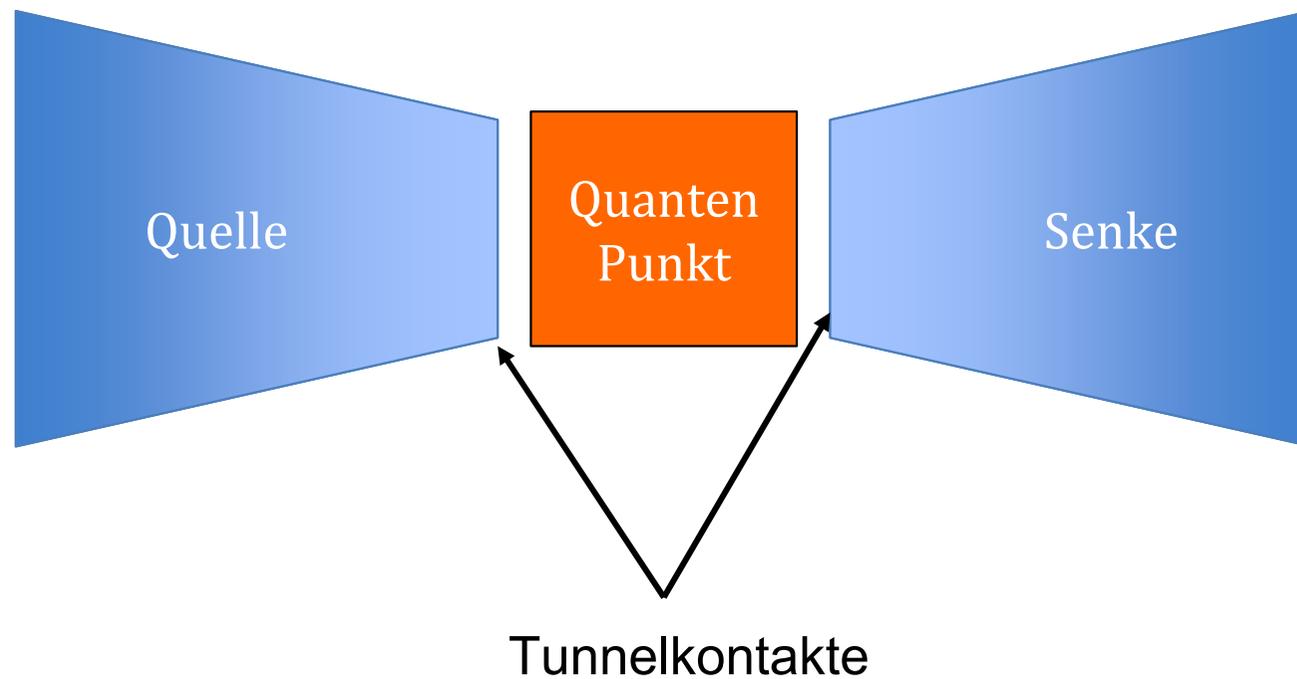


I-V-Kurve einer neuen Klasse von Molekülen, die als gleichrichtende, molekulare Diode verwendet werden,

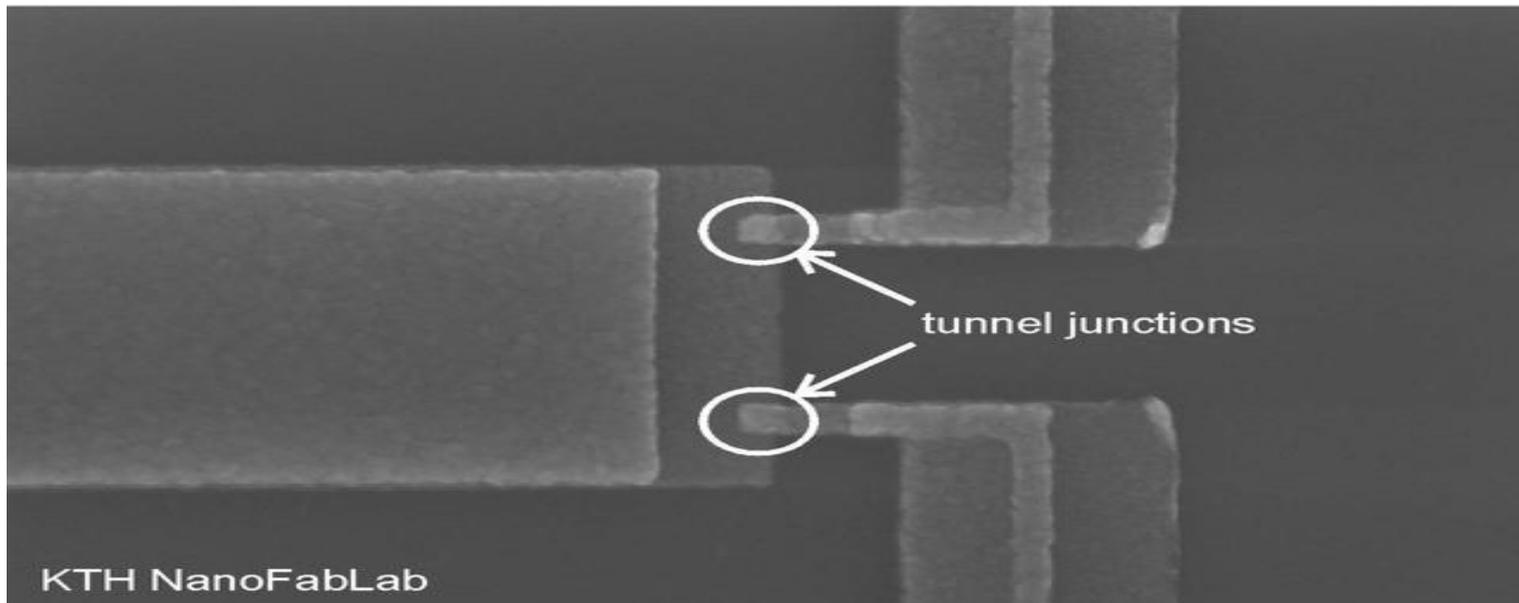
I-V-Kurve von Kontrolloligomeren ohne gleichrichtende Eigenschaften.

<https://mrsec.uchicago.edu/research/highlights/molecular-diodes>

Der Doppeltunnelkontakt



- **Der Doppeltunnelkontakt**

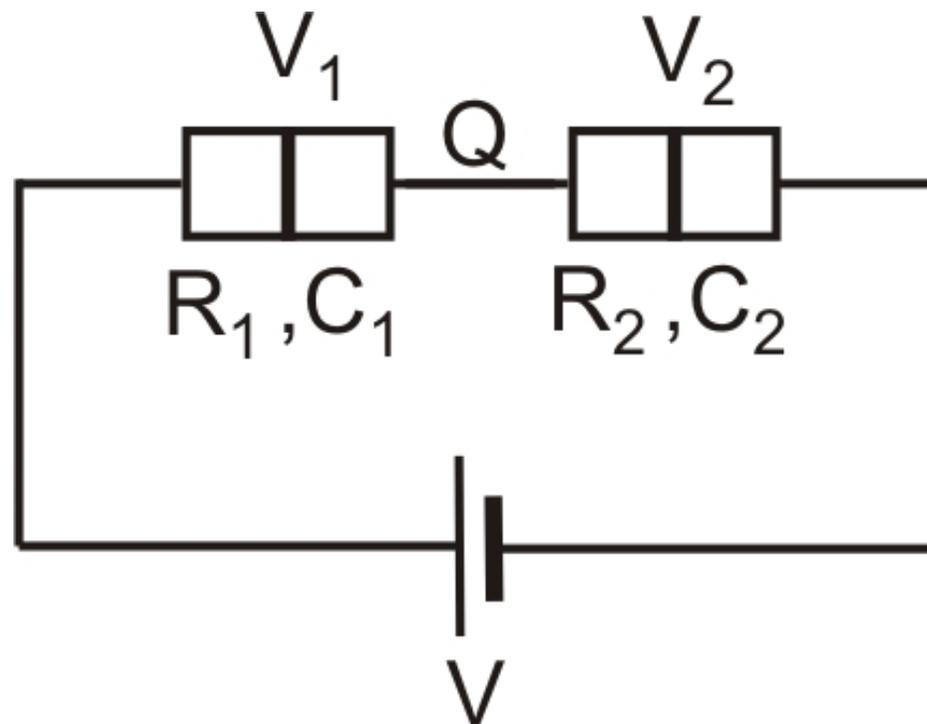


<http://www.nanophys.kth.se/nanophys/facilities/nfl/sem-ebeam-results/results-set.html>

- **Der Doppeltunnelkontakt**

- Spannungsabfälle:

$$V_1 = \frac{C_2 V - Q}{C_1 + C_2} \quad V_2 = \frac{C_1 V + Q}{C_1 + C_2}$$



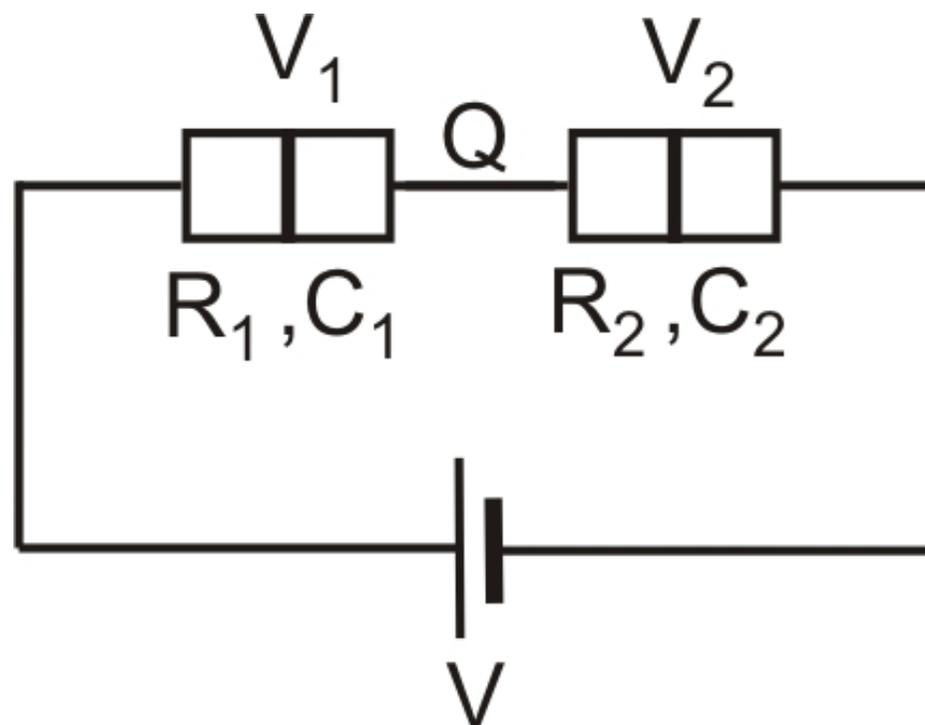
• Der Doppeltunnelkontakt

– Tunnelprozesse:

• Kontakt 1: $C_2V - ne - \frac{e}{2} > 0$

$$Q = ne$$

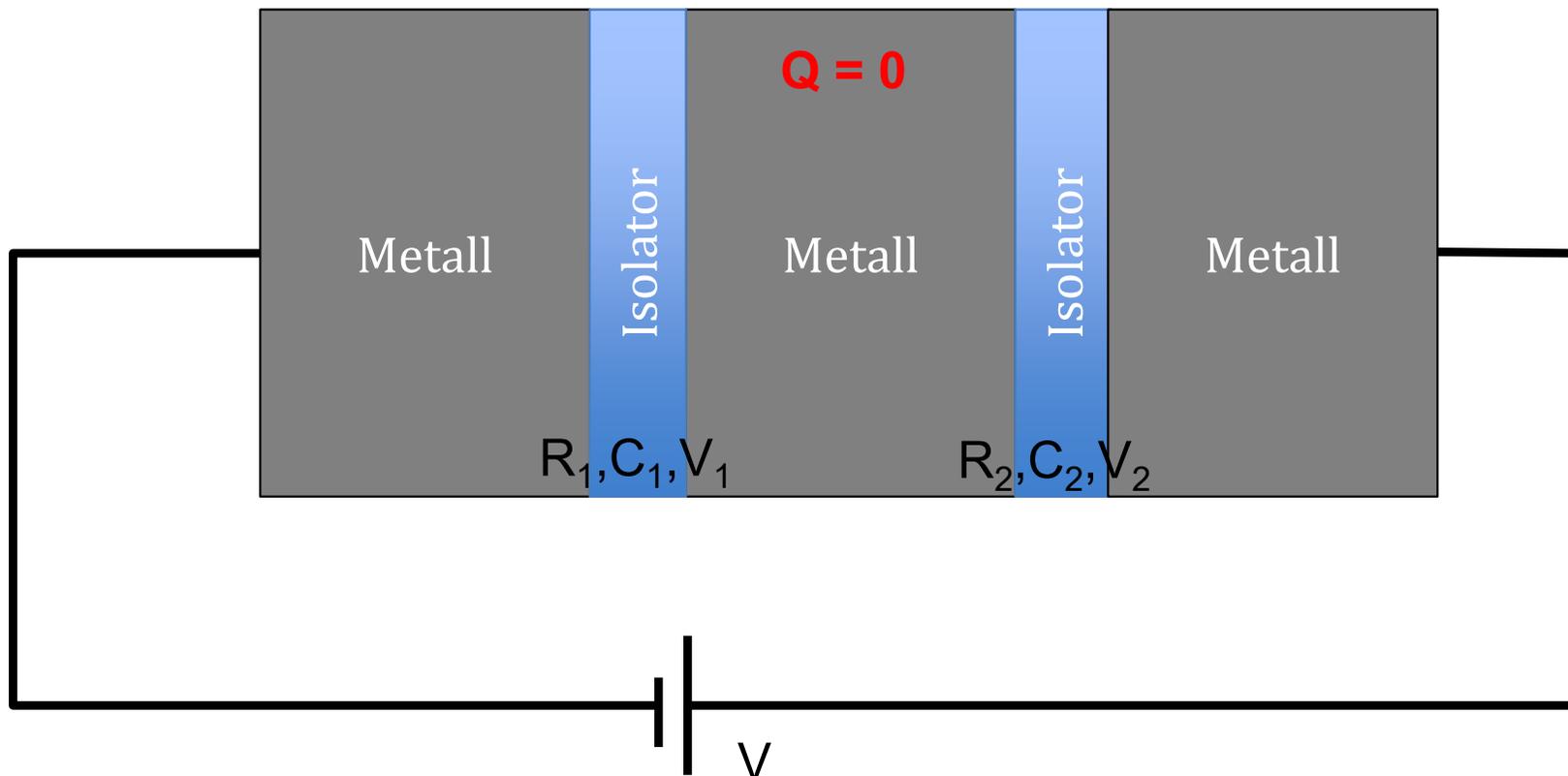
• Kontakt 2: $C_1V + ne - \frac{e}{2} > 0$



- **Der Doppeltunnelkontakt: $n = 0$**

- Tunnelprozesse:

- Kontakt 1: $C_2V - e/2 > 0$
- Kontakt 2: $C_1V - e/2 > 0$



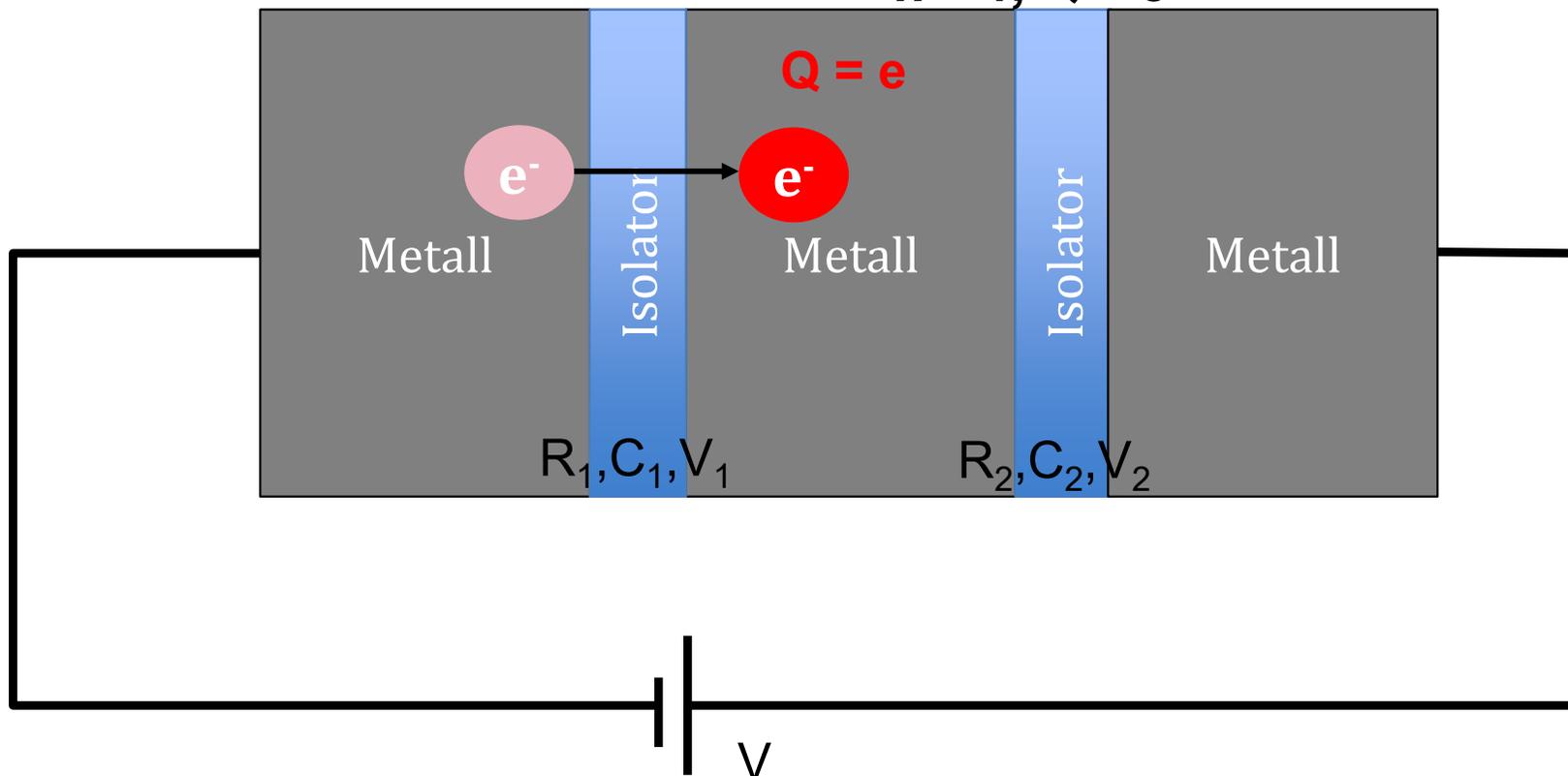
- **Der Doppeltunnelkontakt: $n = 0$**

- Tunnelprozesse:

- Kontakt 1: $C_2V - e/2 > 0$
- Kontakt 2: $C_1V - e/2 > 0$

$$C_2 > C_1$$

Tunneln durch Kontakt 1 bei
 $V > e/2C_2$
 $n = 1, Q = e$



Einzelelektronentunneln: Sequenzielles Tunneln

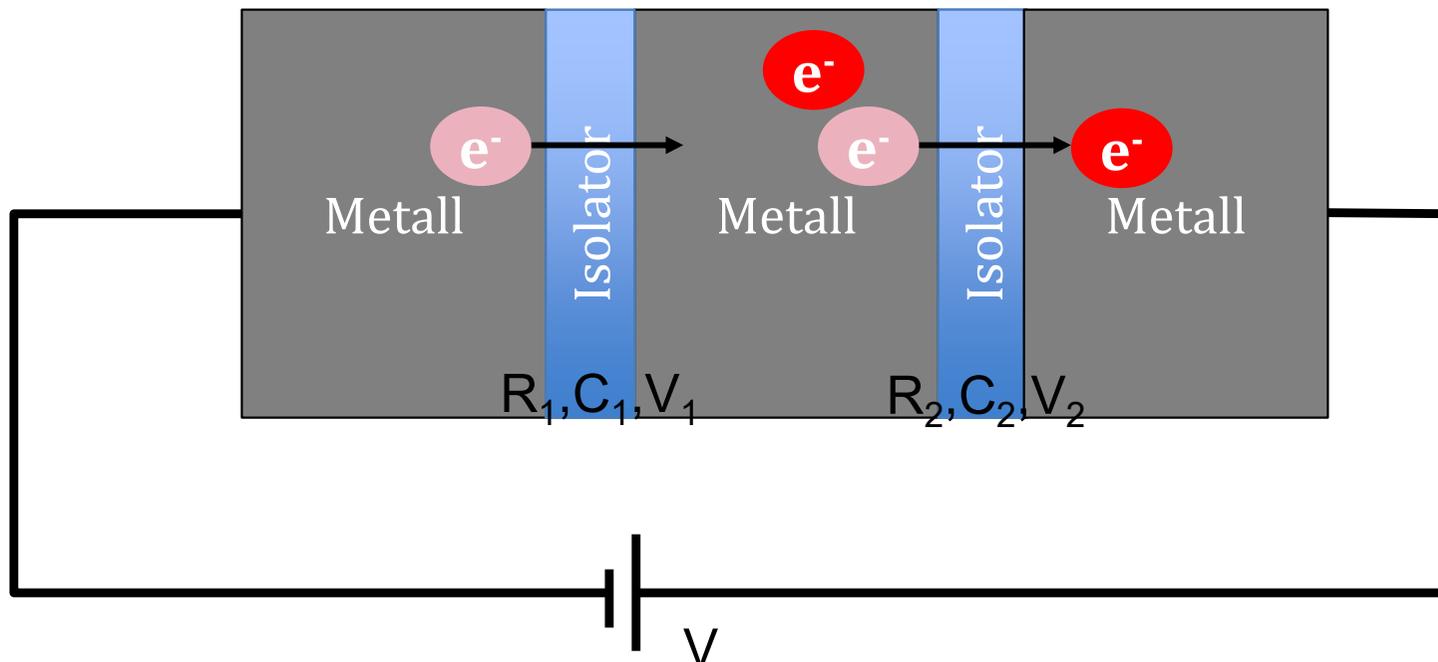
- **Der Doppeltunnelkontakt: $n = 1$**

$$C_2 > C_1$$

– Tunnelprozesse:

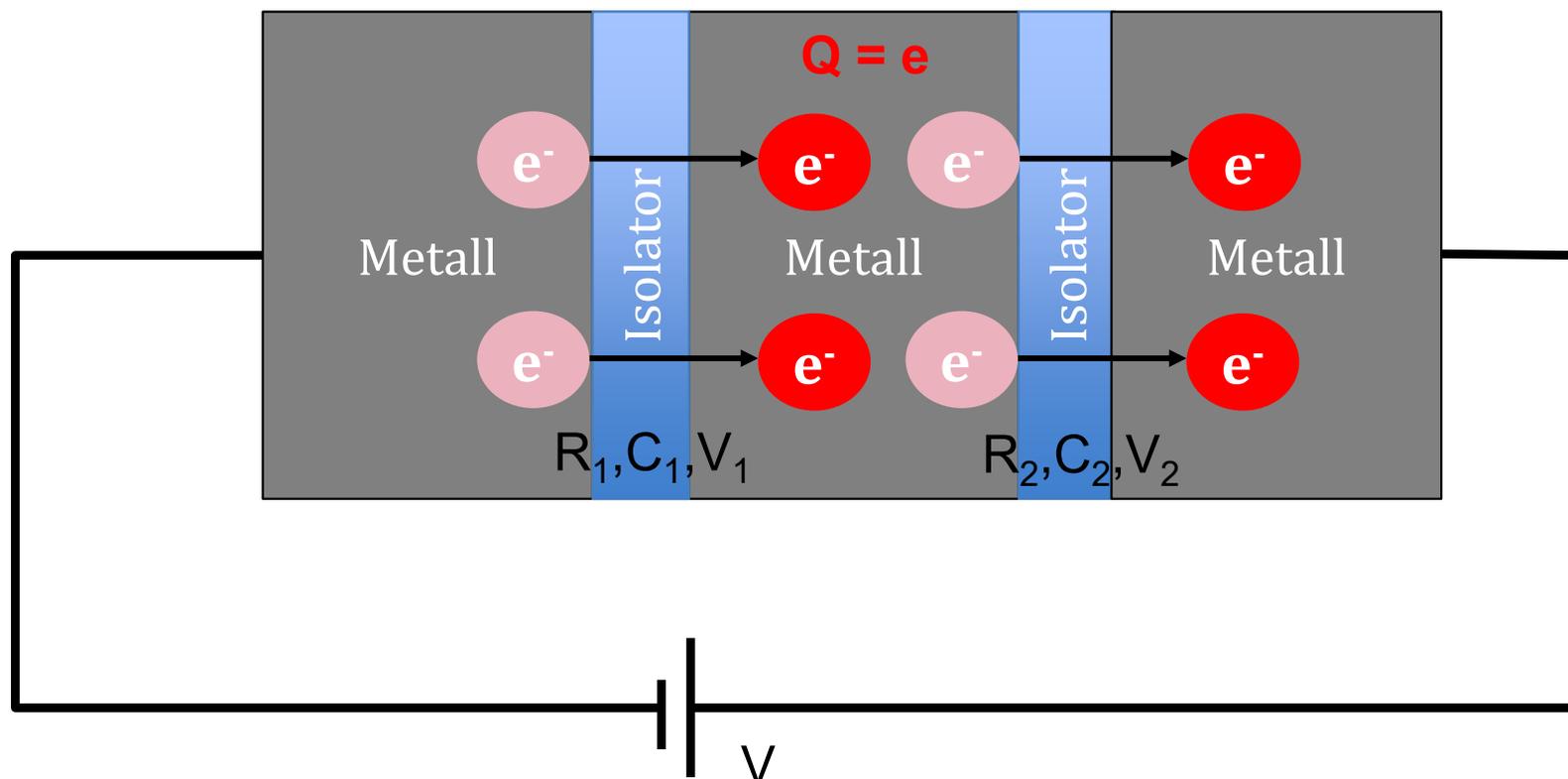
- Kontakt 1: $C_2V - 3e/2 > 0$
- Kontakt 2: $C_1V + e/2 > 0$

*Tunneln durch Kontakt 2,
Kontakt 1 blockiert bis $V > 3e/2C_2$
für $n = 1$*



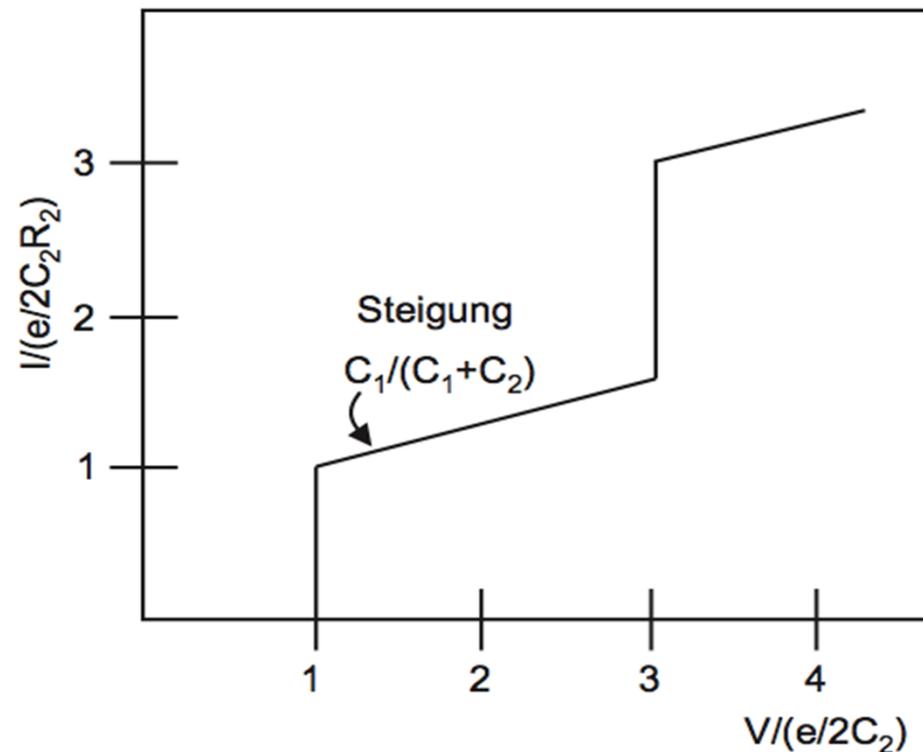
Einzelelektronentunneln: Sequenzielles Tunneln

- **Der Doppeltunnelkontakt: $R_2 \gg R_1$ und $C_2 > C_1$**
 - Stromsprung durch Kontakt 2: $\Delta I = e/2C_2R_2$ bei $V = e/2C_2$
 - nächster Stromsprung bei $V = 3e/2C_2$ auf $I = 3e/2C_2R_2$

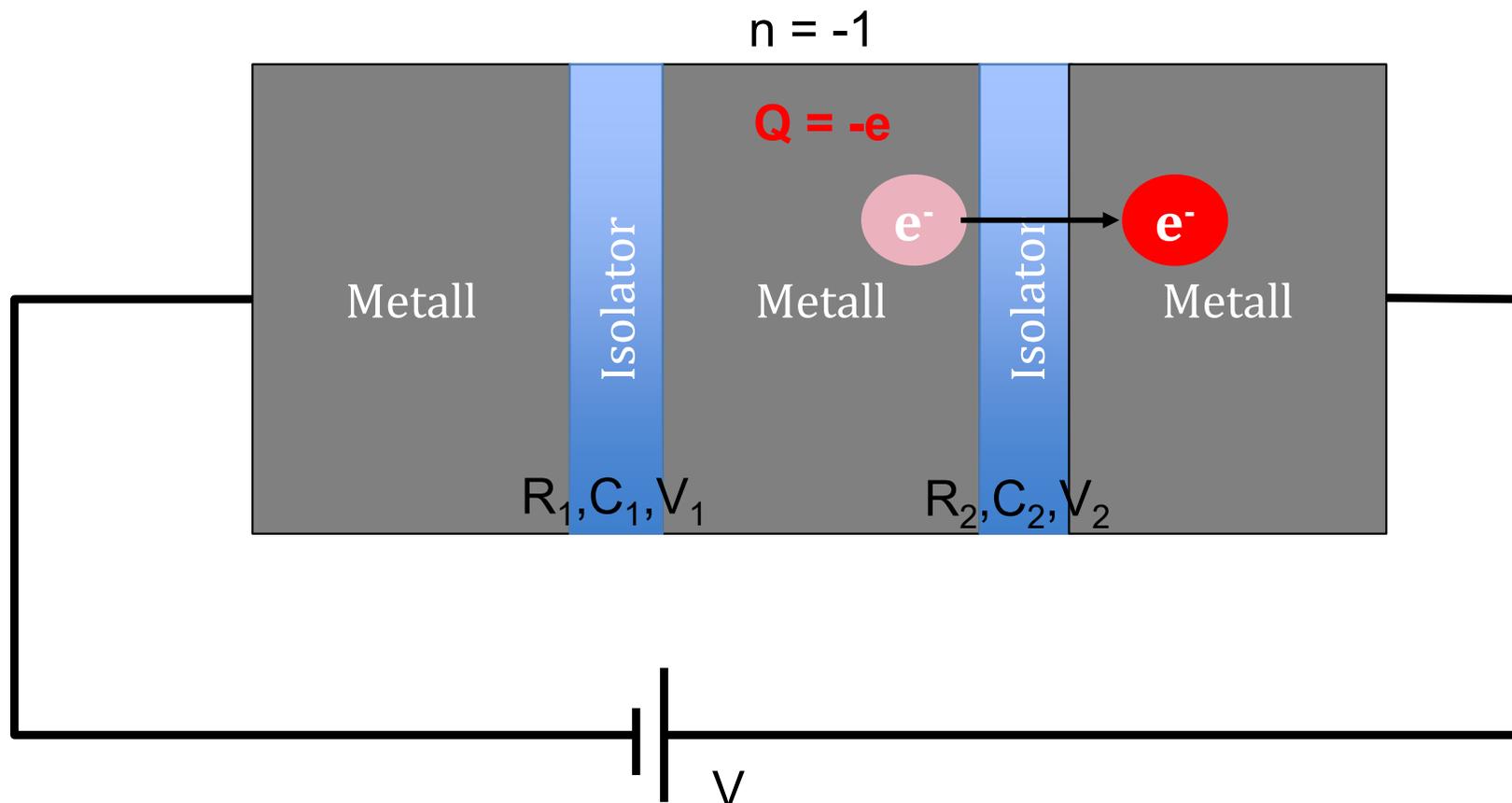


Einzelelektronentunneln: Coulomb- Stufen

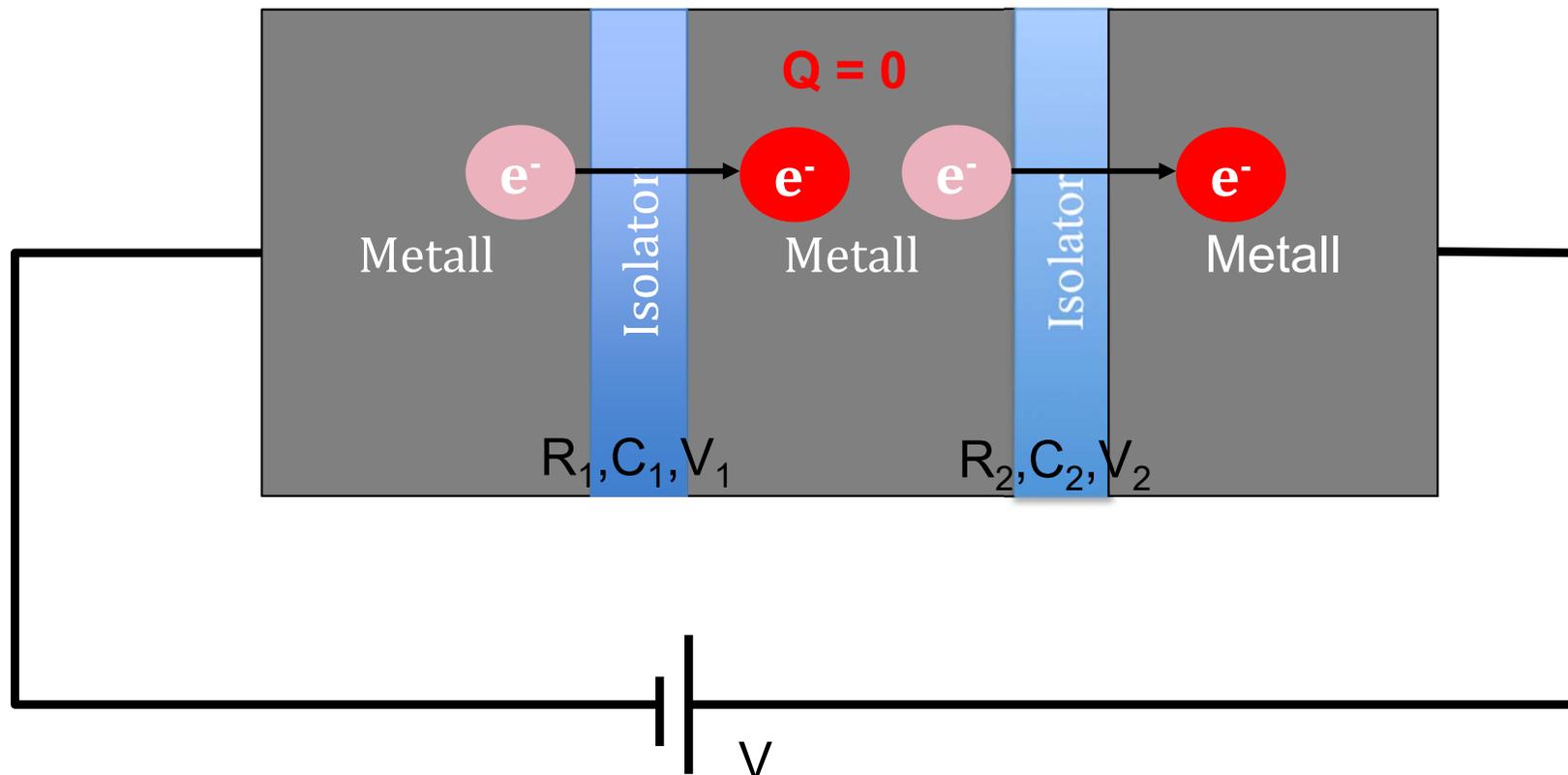
- **Der Doppeltunnelkontakt: $R_2 \gg R_1$ und $C_2 > C_1$**
 - Stromsprung durch Kontakt 2: $\Delta I = e/2C_2R_2$ bei $V = e/2C_2$
 - nächster Sprung bei $V = 3e/2C_2$



- **Der Doppeltunnelkontakt: $R_2 \gg R_1$ und $C_2 < C_1$**
 - Kontakt 2 bestimmt Strom: $I = (C_1 V - e/2)/[R_2(C_2 + C_1)]$
 - $V = e/2C_1$ Tunnelprozess in Kontakt 2

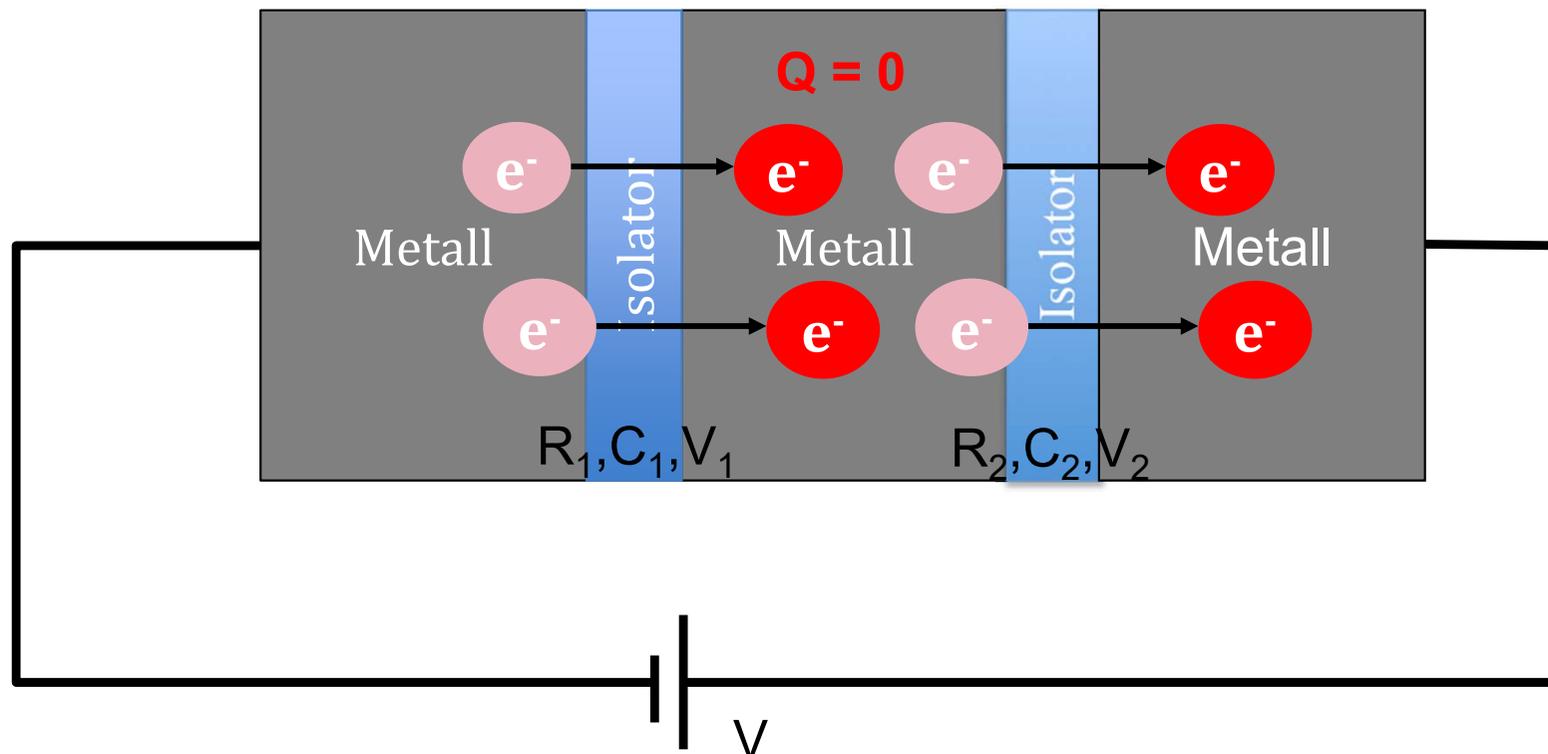


- **Der Doppeltunnelkontakt: $R_2 \gg R_1$ und $C_2 < C_1$**
 - Kontakt 2 bestimmt Strom: $I = (C_1 V - e/2)[R_2(C_2 + C_1)]$
 - $V = e/2C_1$ Tunnelprozess in Kontakt 2
 - Auslösen Tunneln in Kontakt 1: $(C_2 + e - e/2) > 0$



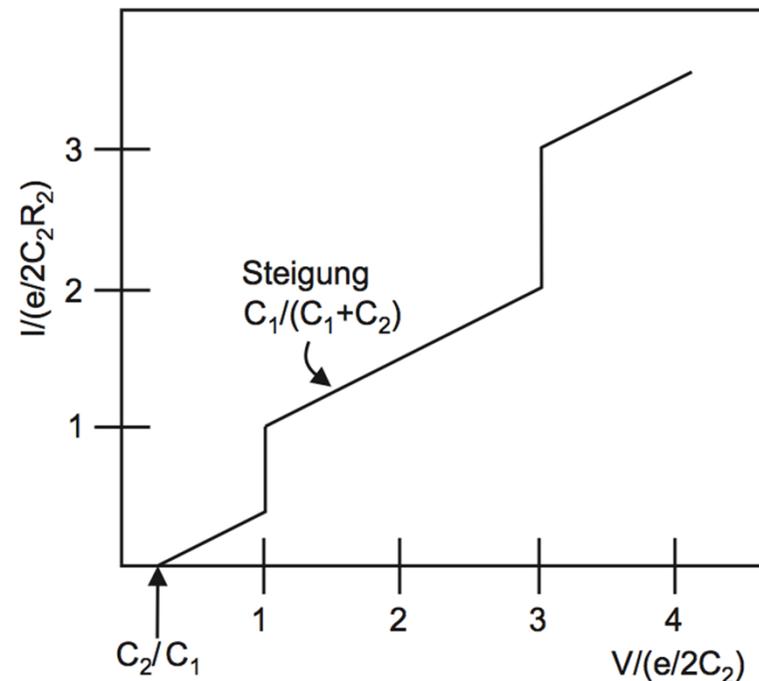
Einzelelektronentunneln: Sequenzielles Tunneln

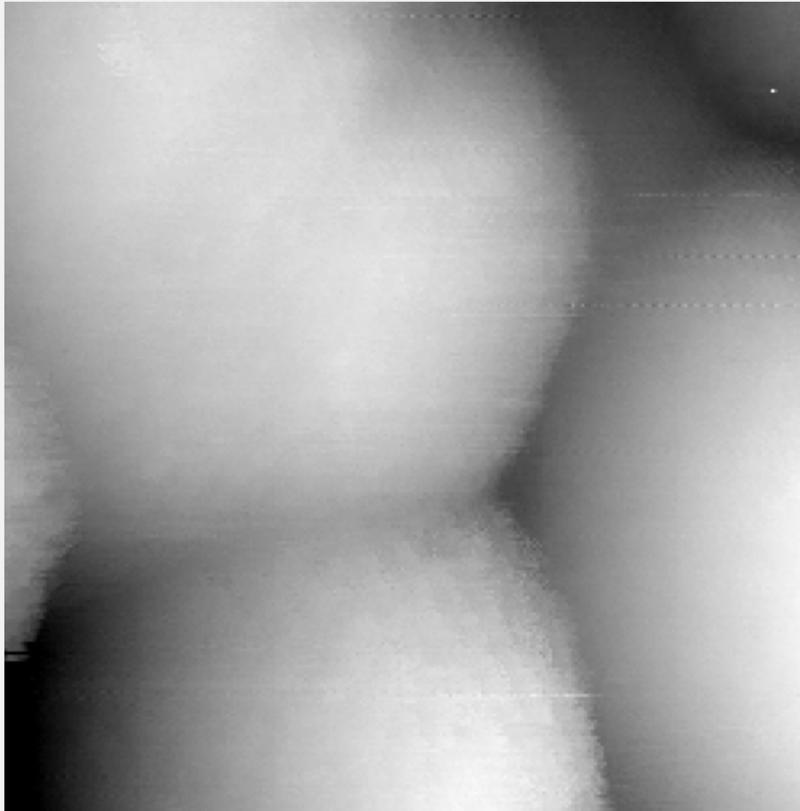
- **Der Doppeltunnelkontakt: $R_2 \gg R_1$ und $C_2 < C_1$**
 - Kontakt 2 bestimmt Strom: $I = (C_1 V - e/2)[R_2(C_2 + C_1)]$
 - Bei $V = e/2C_1$ Tunnelprozess in Kontakt 2
 - Oberhalb $V = e/2C_2$ auch Tunnelprozess in 1 für $n = 0$!



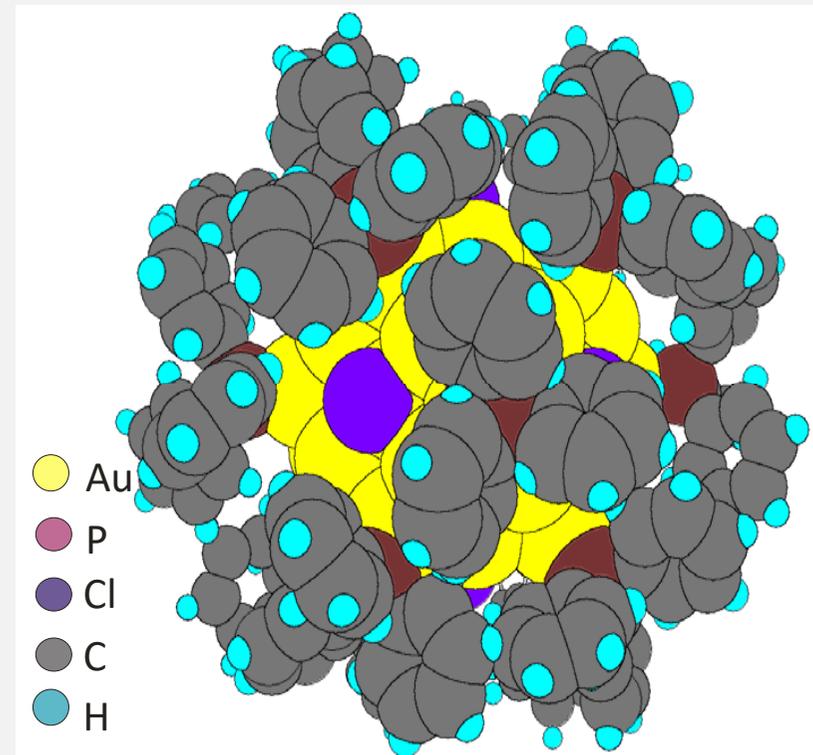
Einzelelektronentunneln: Coulomb- Stufen

- **Der Doppeltunnelkontakt: $R_2 \gg R_1$ und $C_2 < C_1$**
 - Strom setzt bei $V = e/2C_1$ erstmalig ein.
 - Sprung bei $V = e/2C_2$
 - nächster Sprung bei $V = 3e/2C_2$

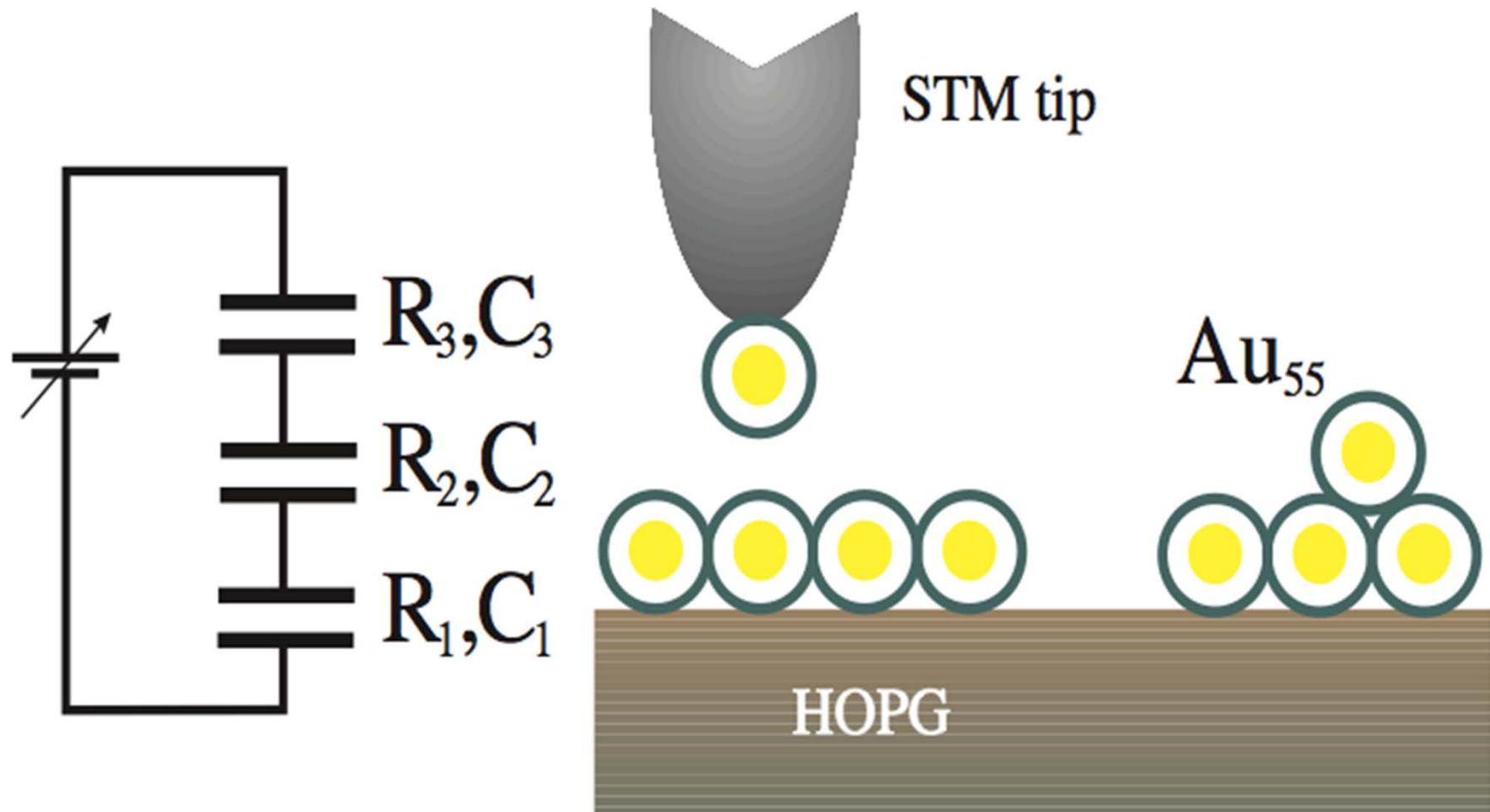




Au_{55}

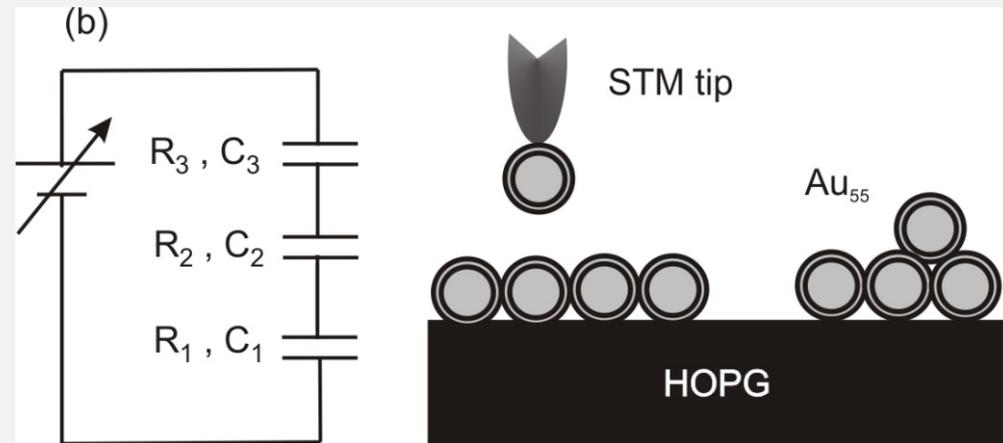
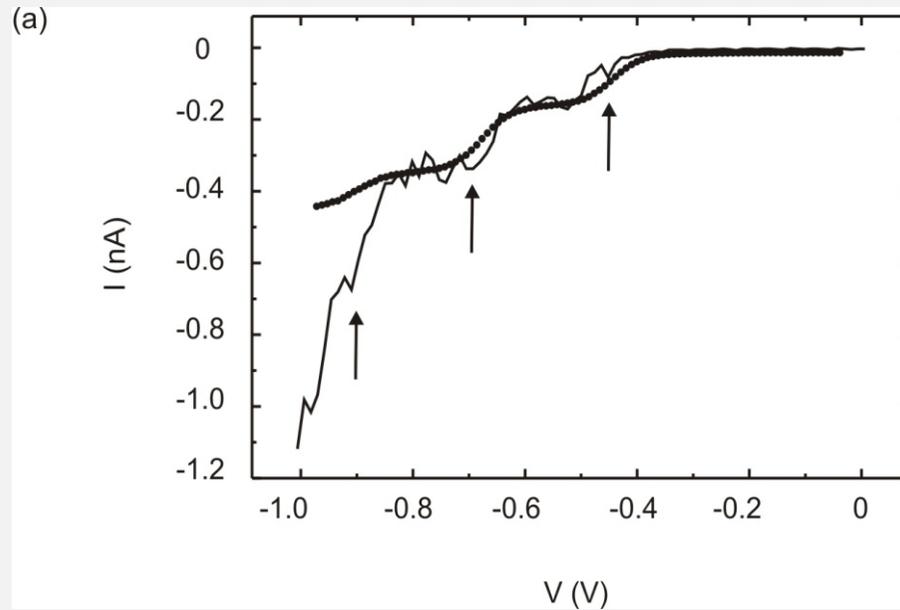


Einzelelektronentunneln: Beispiel



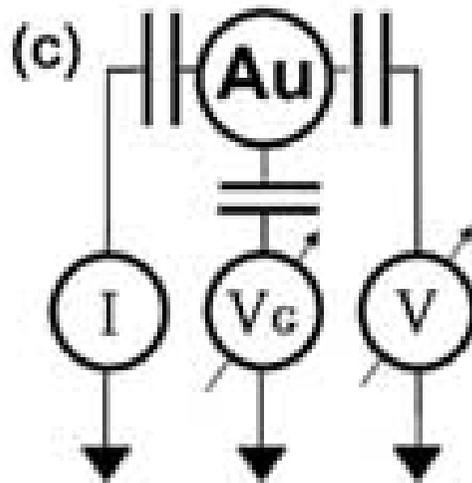
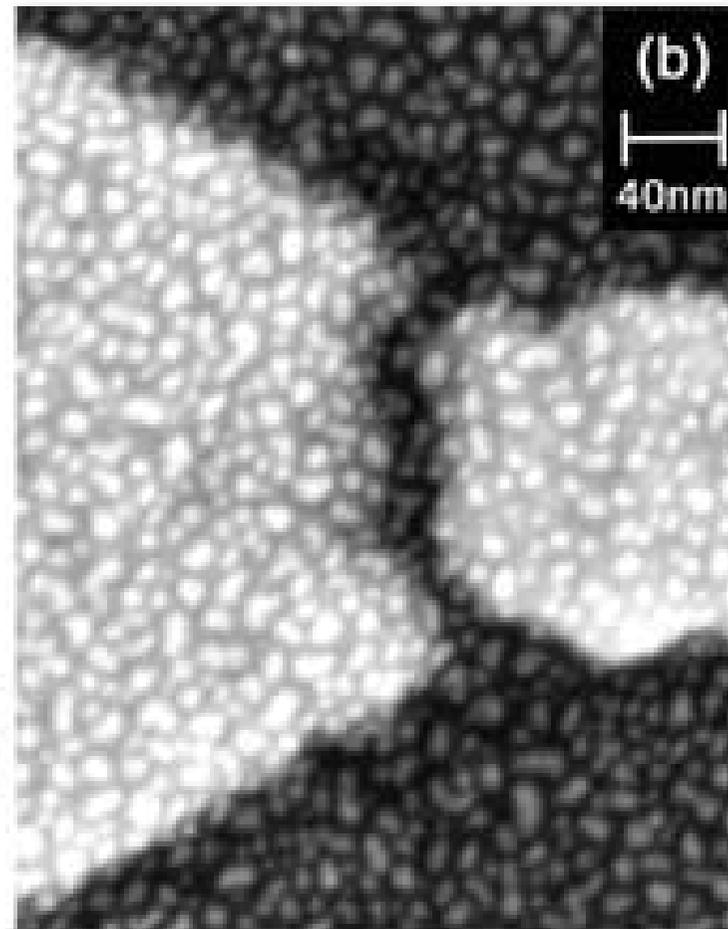
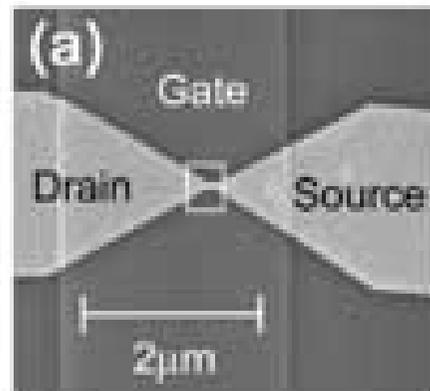
U.E. Volmar, U. Weber, R. Houbertz, U. Hartmann Appl. Phys. A 66, S735–S739 (1998)

Experimente zum Einzelelektronentunneln an Au_{55}

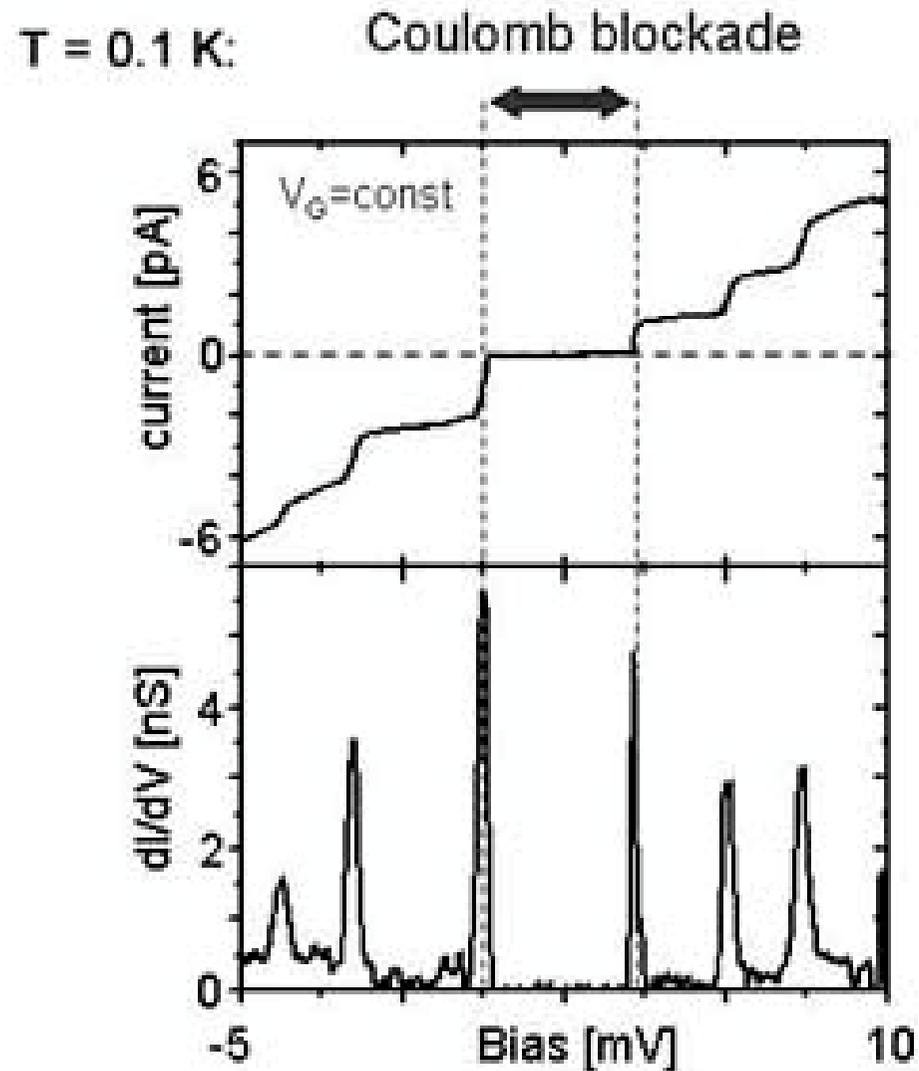


U.E. Volmar, U. Weber, R. Houbertz, U. Hartmann, Appl. Phys. A 66, S735 (1998)

SET: Experimentelle Beobachtung



<http://people.ccmr.cornell.edu/~ralph/projects/metalset/>



<http://people.ccmr.cornell.edu/~ralph/projects/metalset/>

Journal of Low Temperature Physics, Vol. 62, Nos. 3/4, 1986

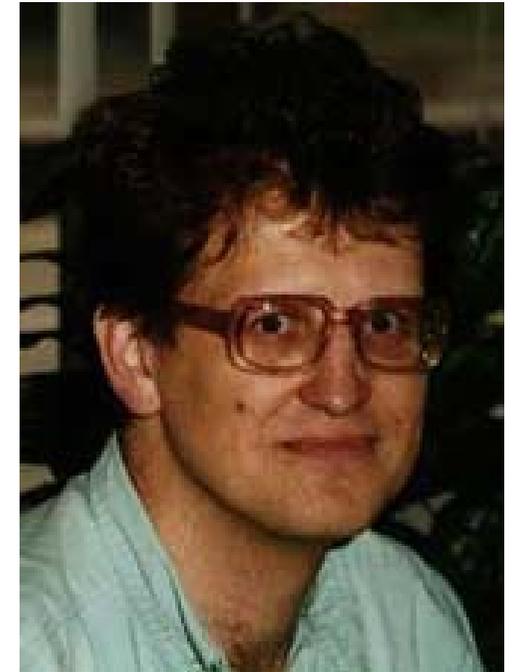
Coulomb Blockade of Single-Electron Tunneling, and Coherent Oscillations in Small Tunnel Junctions

D. V. Averin and K. K. Likharev

Department of Physics, Moscow State University, Moscow USSR

(Received September 9, 1985)

A microscopic approach to the theory of small, current-biased tunnel junctions is developed. This approach yields a natural account of the “secondary” quantization of both the single-electron (quasiparticle) and Cooper-pair (Josephson) current components. The theory shows that the current of the single electrons is blocked by their Coulomb interaction at low temperatures within a considerable range of the junction voltage. As a result of the blockade, coherent oscillations of the voltage can arise even in the absence of Josephson coupling, e.g., for single-electron tunneling (SET) between normal metal electrodes. The most significant features of these “SET” oscillations and their coexistence with Bloch oscillations in Josephson junctions are studied in detail. Prospects of experimental verification of the predicted effects and of their possible applications are discussed.





Einzelelektronentransistor (SET)

Erster SET 1987 (AT&T Bell Laboratories)

VOLUME 59, NUMBER 1

PHYSICAL REVIEW LETTERS

6 JULY 1987

Observation of Single-Electron Charging Effects in Small Tunnel Junctions

T. A. Fulton and G. J. Dolan

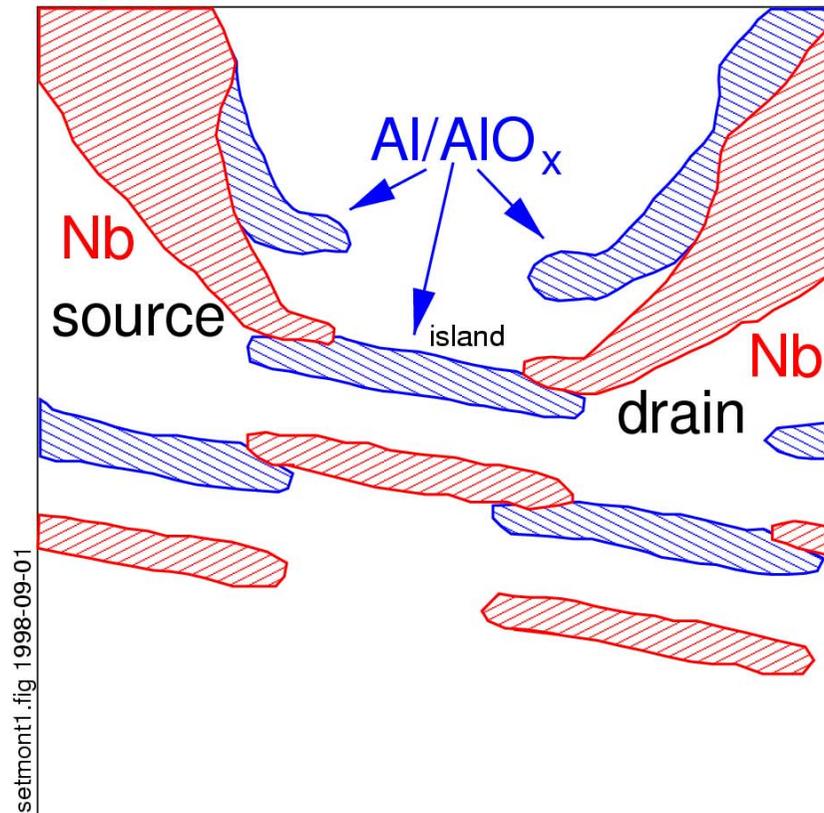
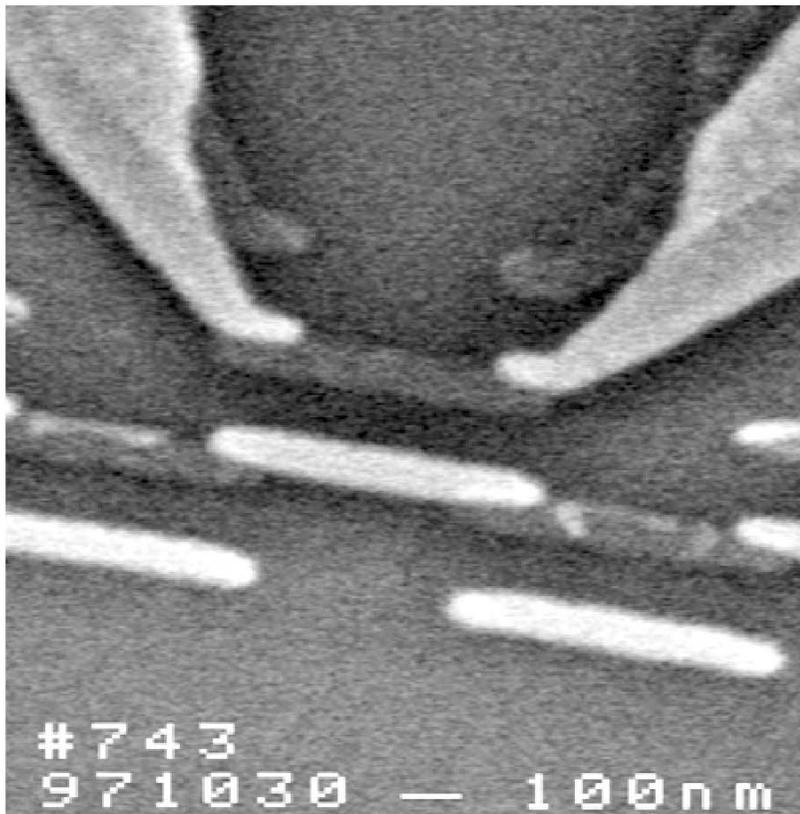
AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, New Jersey 07974

(Received 6 March 1987)

Unusual structure and large electric-field-induced oscillations have been observed in the current-voltage curves of small-area tunnel junctions arranged in a low-capacitance ($\lesssim 1$ fF) multiple-junction configuration. This behavior arises from the tunneling of individual electrons charging and discharging the capacitance. The observations are in accord with what would be expected from a simple model of the charging energies and voltage fluctuations of e/C associated with such effects.

T. A. Fulton and G. J. Dolan, Phys. Rev. Lett. 59, 109 (1987)

Einzelelektronentransistor (SET)



T. A. Fulton and G. J. Dolan, Phys. Rev. Lett. 59, 109 (1987)

Einzelelektronentransistor (SET)

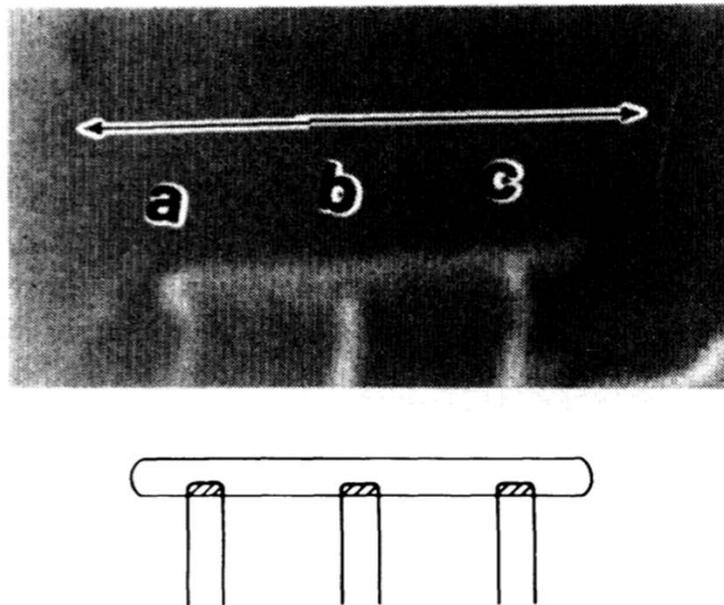


FIG. 2. A scanning-electron micrograph of a typical sample. Junctions labeled a, b, and c are formed where the vertical electrodes overlap and contact the longer horizontal central electrode. The bar is 1 μm long. The configuration is also shown in the accompanying drawing.

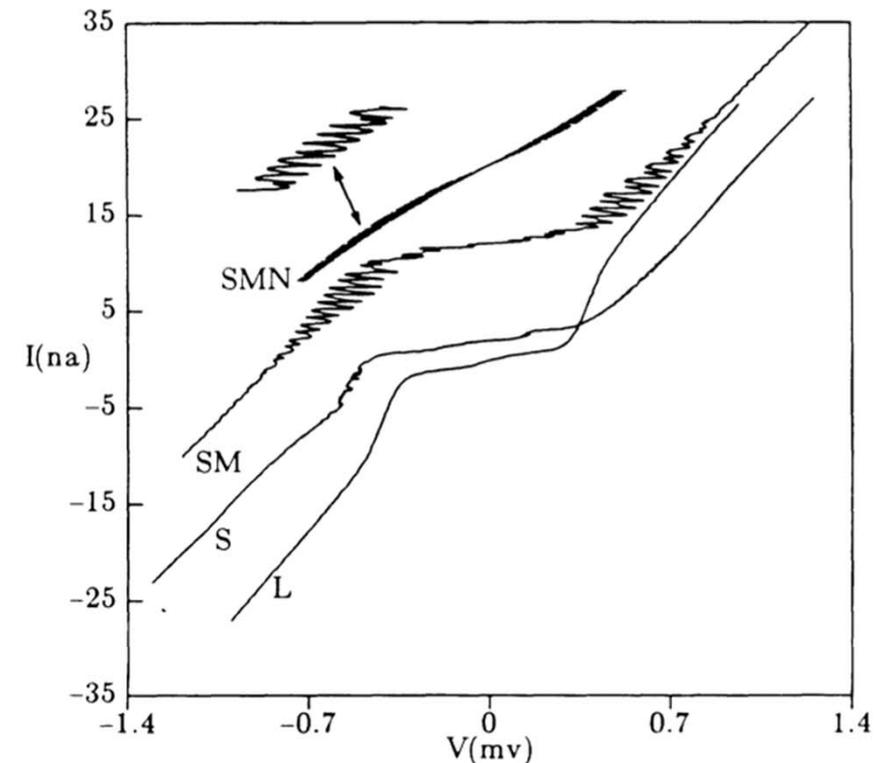
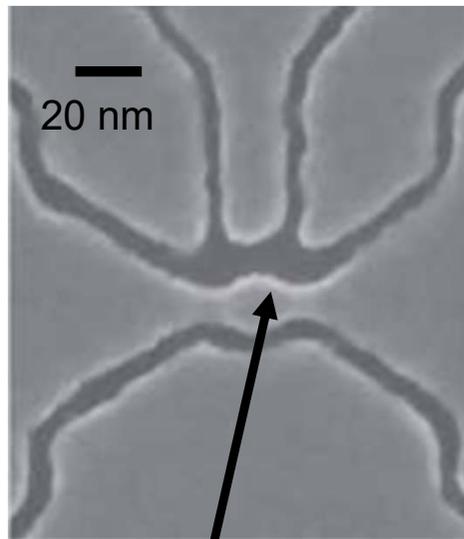
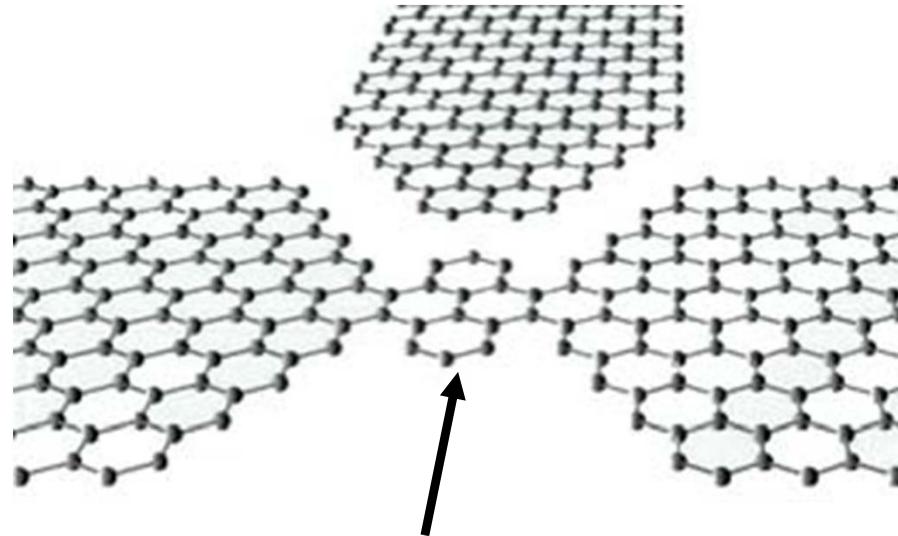


FIG. 4. I - V curves S and L are for the same samples as Fig. 3 but at $T=1.1$ K. I - V curves SM and SMN show the oscillatory behavior at $T=1.1$ K and $T=1.7$ K, as described in the text. Curve S is offset by 2 nA, SM by 12 nA, and SMN by 20 nA.

T. A. Fulton and G. J. Dolan, Phys. Rev. Lett. 59, 109 (1987)



Quantum Dot



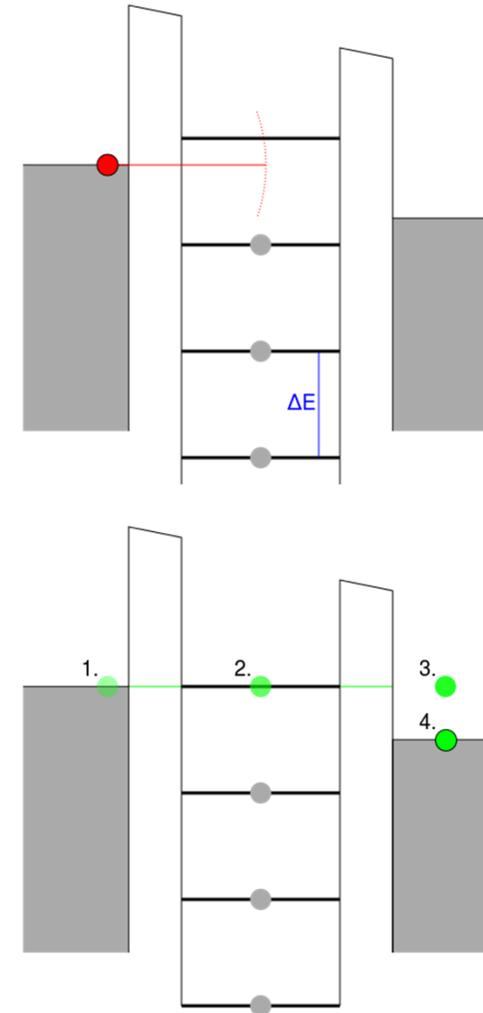
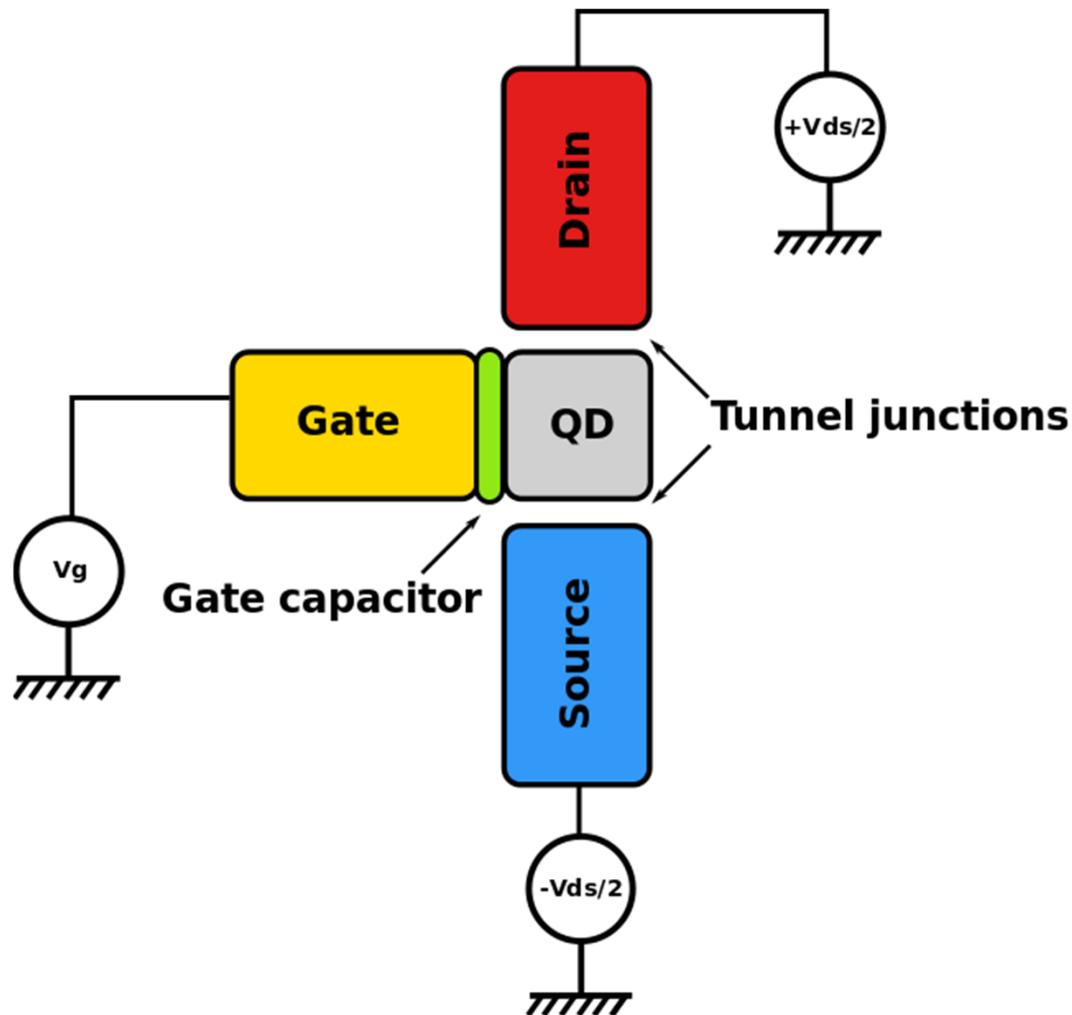
Quantum Dot

Monolithisch aus Graphen hergestellter SET-Transistor. (a) Reale Struktur und (b) schematische Anordnung.

More information tunneling junction

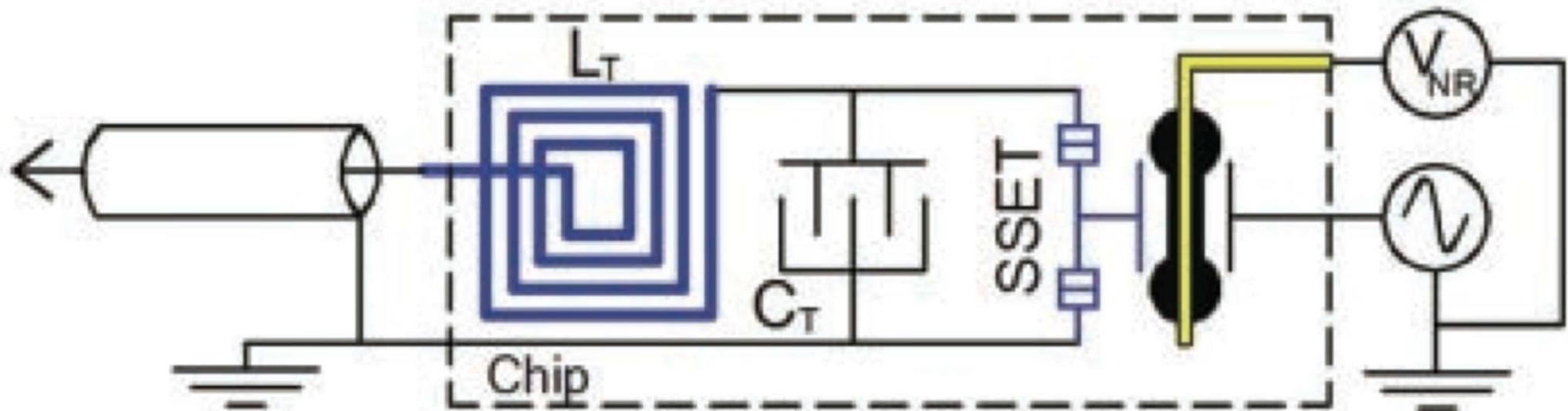
L.A. Ponomarenko. et al., Science **320**, 356 (2008); R.M. Westervelt, Science **320**, 324 (2008)

Einzelelektronentransistor (SET): Prinzip



https://en.wikipedia.org/wiki/Coulomb_blockade#Single-electron_transistor

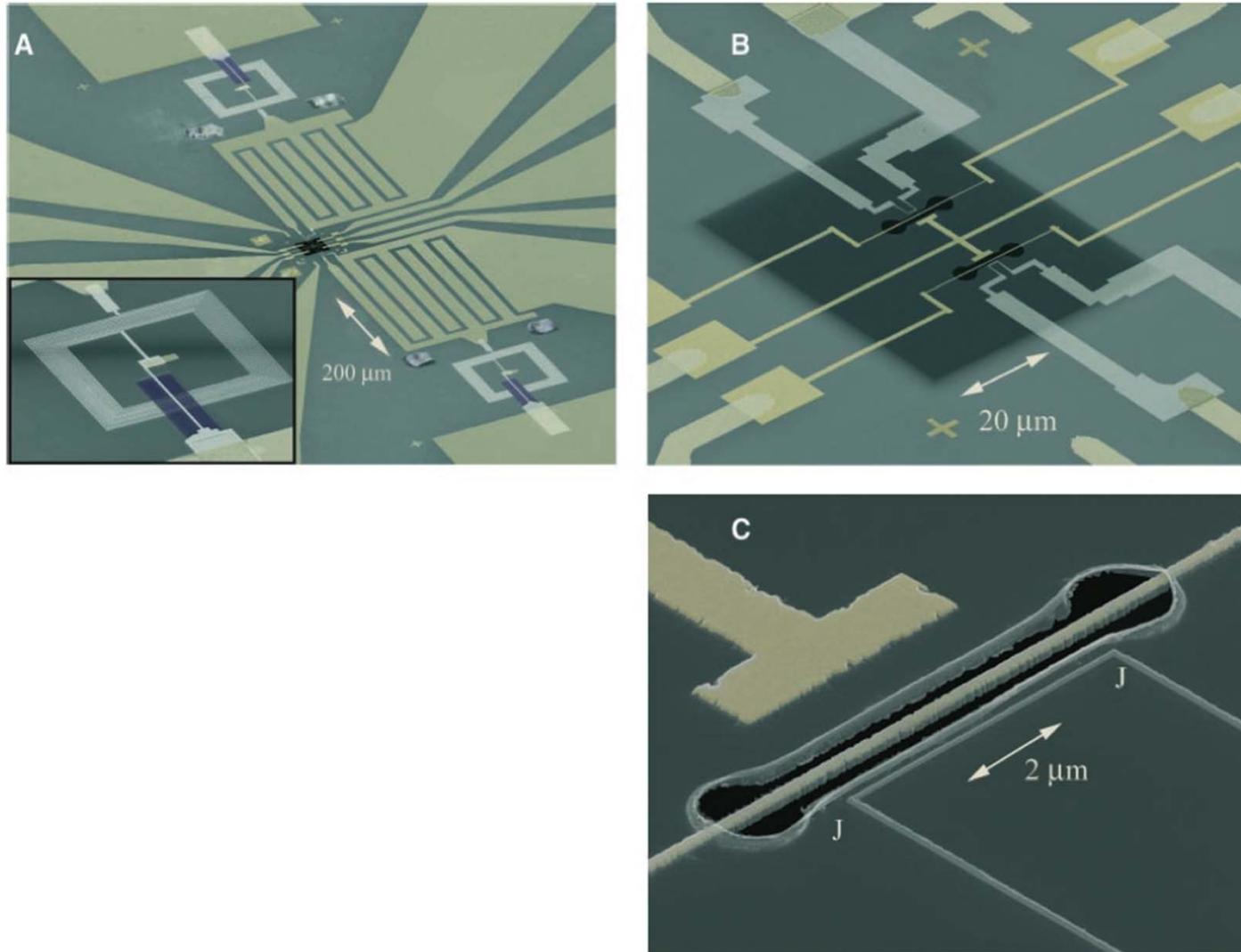
Mechanische Oszillatoren am Quantenlimit, NEMS: Supraleitender Einzelelektronentransistor (SSET) gekoppelt an nanomechanischen und LC-Oszillator



Minimierung des Messeinflüsse auf Quantensystem

M. D. LaHaye *et al.*, Science 304, 74 (2004)

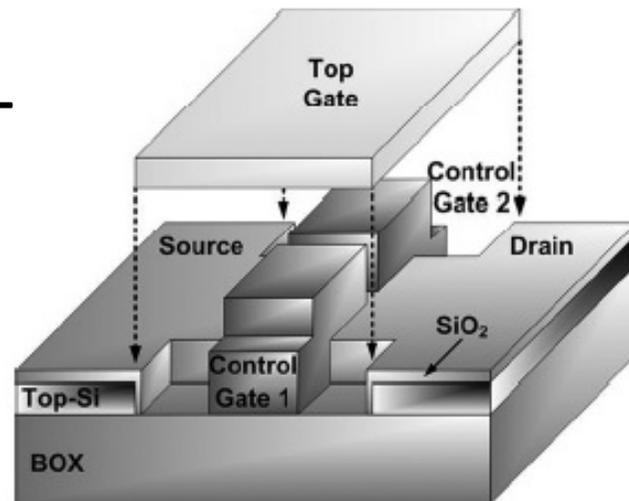
Einzelelektronentransistor (SET)



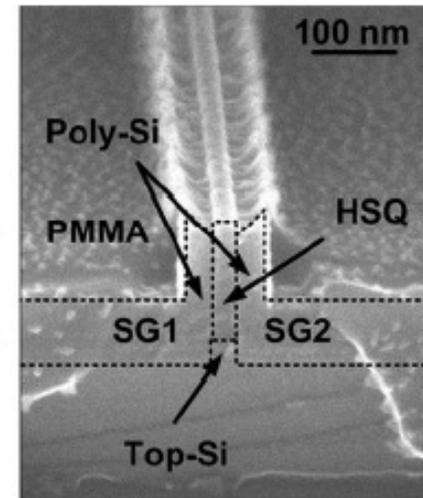
M. D. LaHaye *et al.*, Science 304, 74 (2004)

Nanoskalige Logikschaltung, hergestellt mit Einzelelektronentransistoren

Dual gated SET



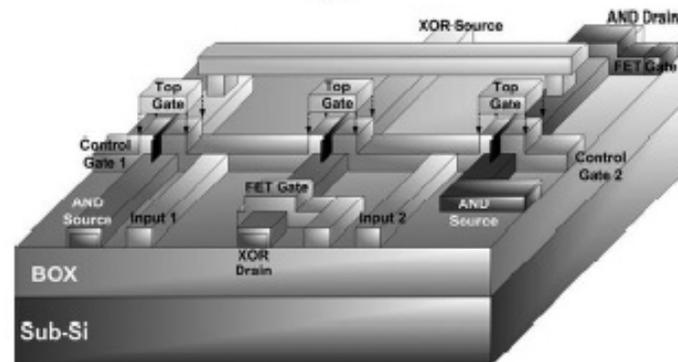
(a)



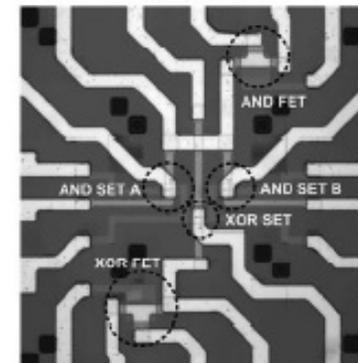
(b)

Active SET Channel

Logic Circuit



(c)



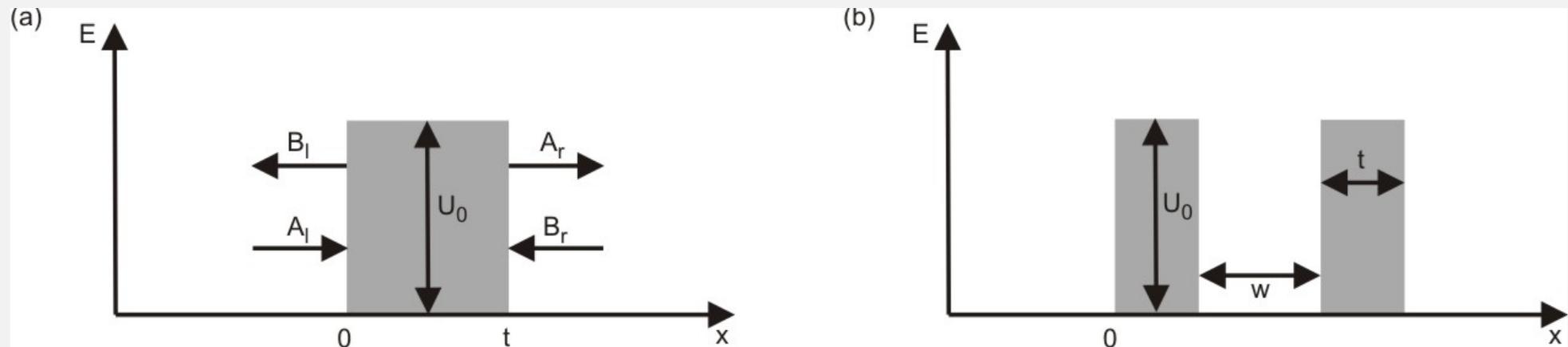
(d)

S. Kim et al., Appl. Phys. Lett. 101, 183101 (2012)

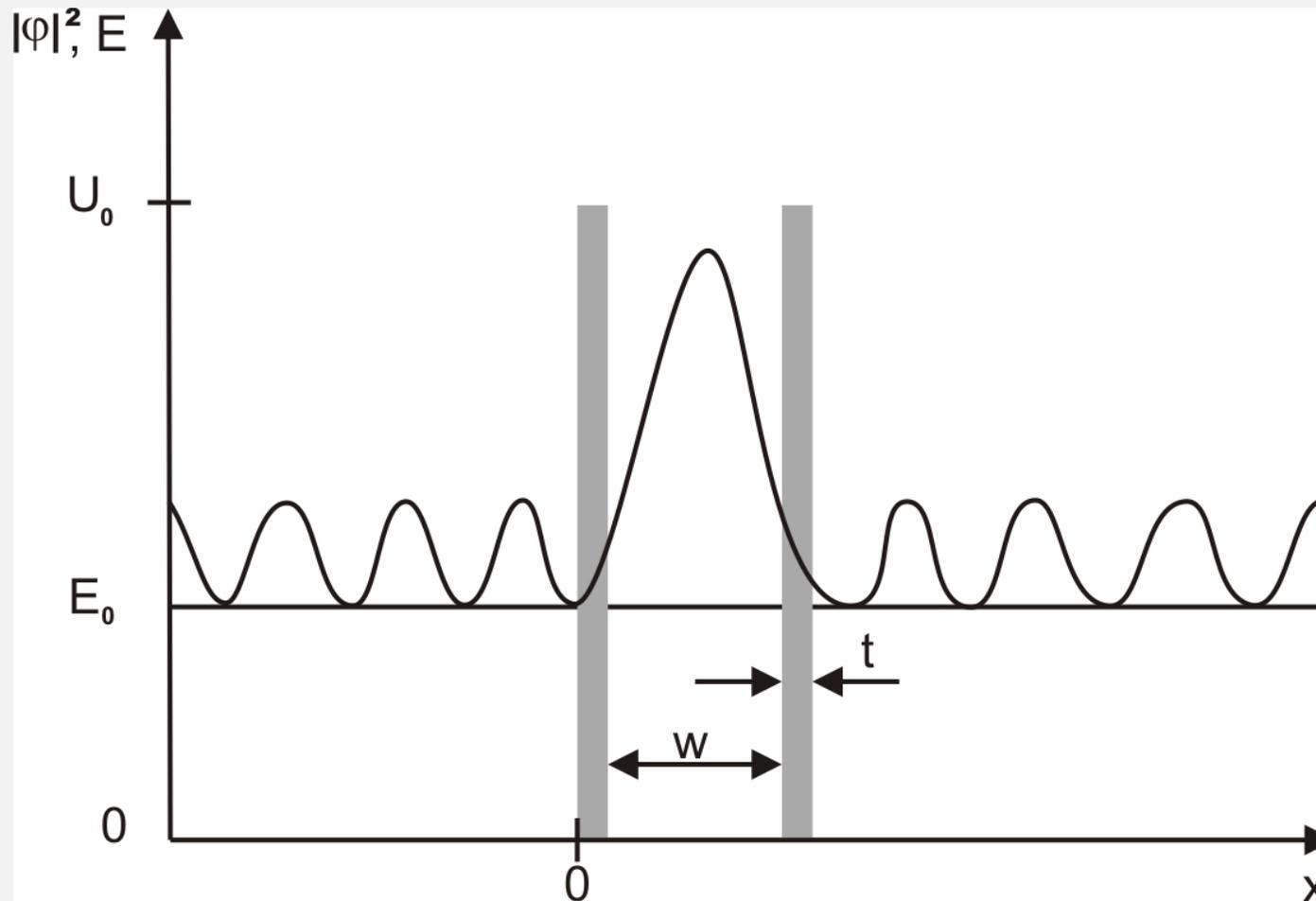


3.6 Resonantes Tunneln

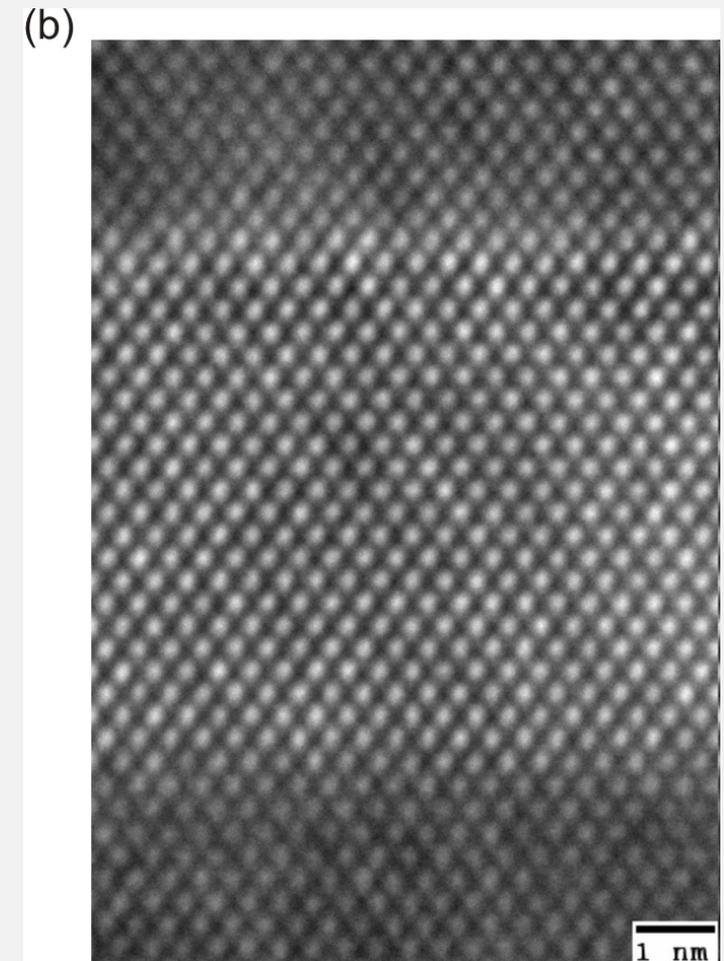
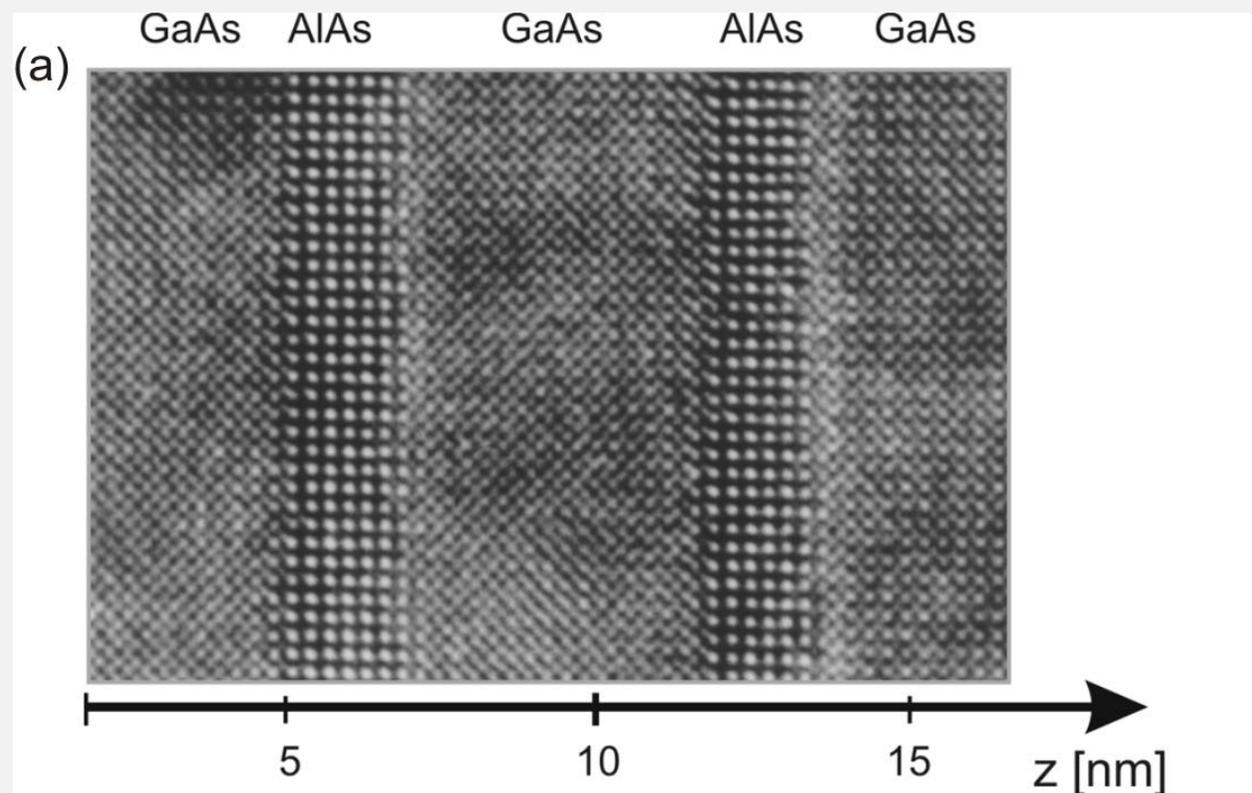
Teilchenströme und Geometrien beim resonanten Tunneln



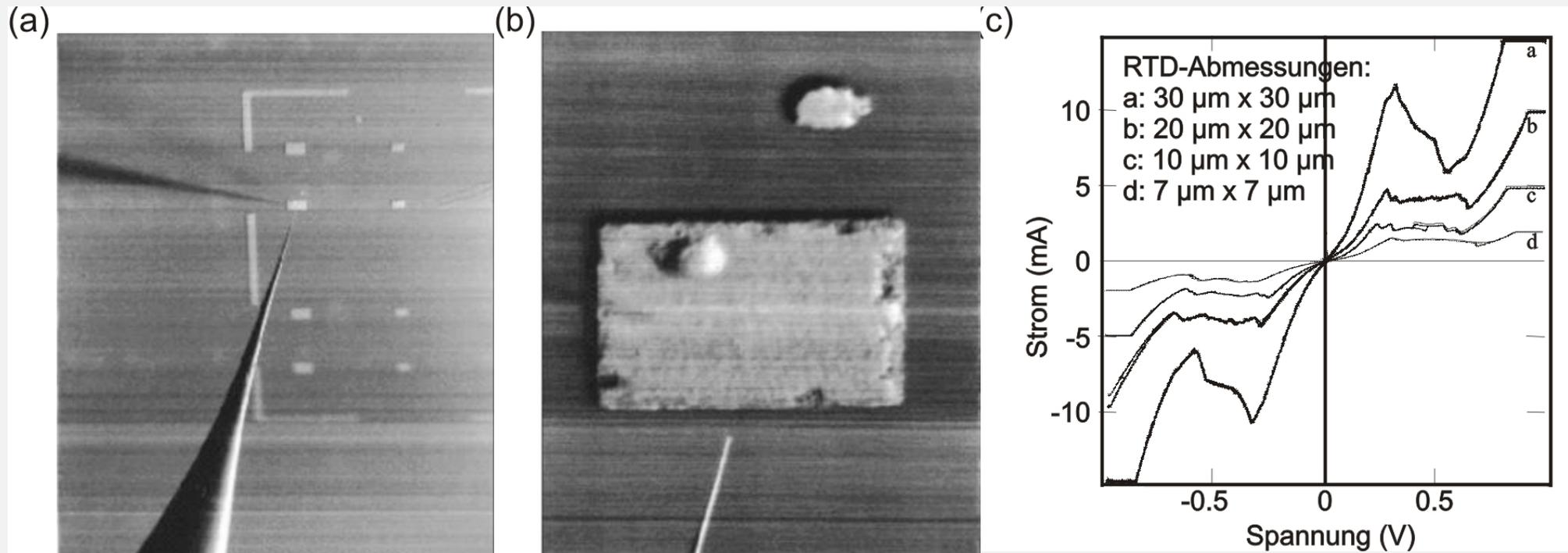
Aufenthaltswahrscheinlichkeit beim resonanten Tunneln



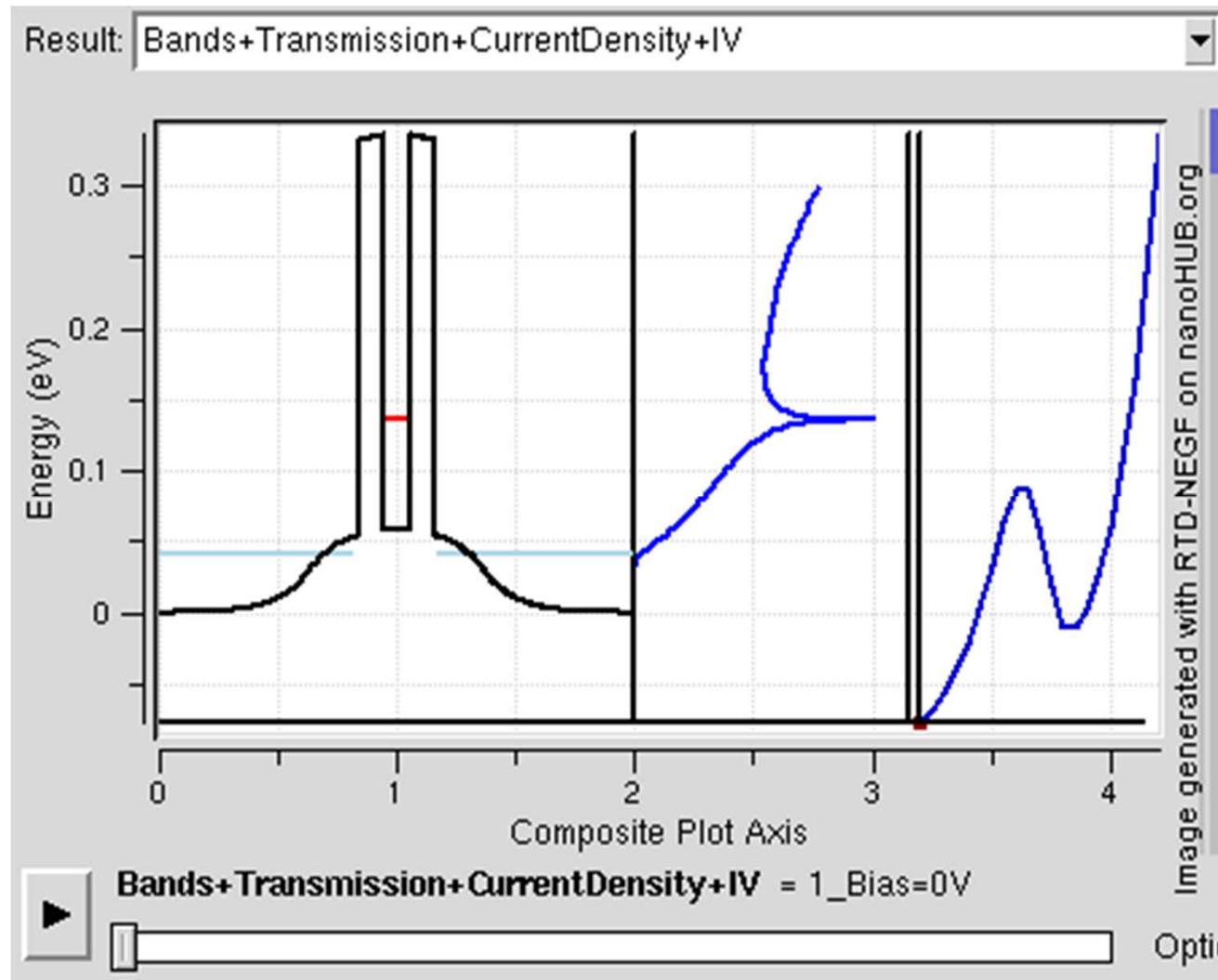
AlAs/GaAs-Heterostruktur, TEM-Abbildung



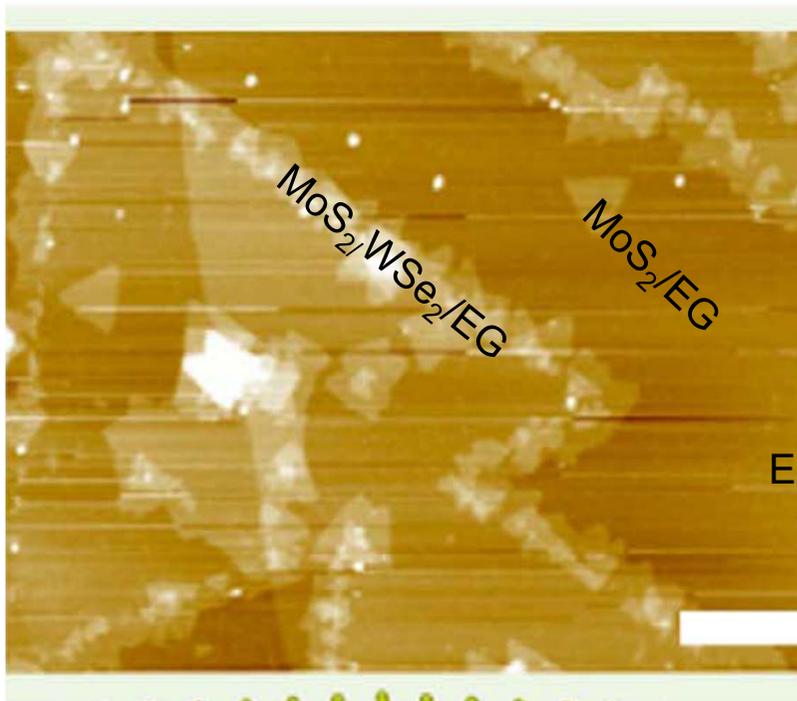
Spektroskopie an Resonanztunnelstrukturen



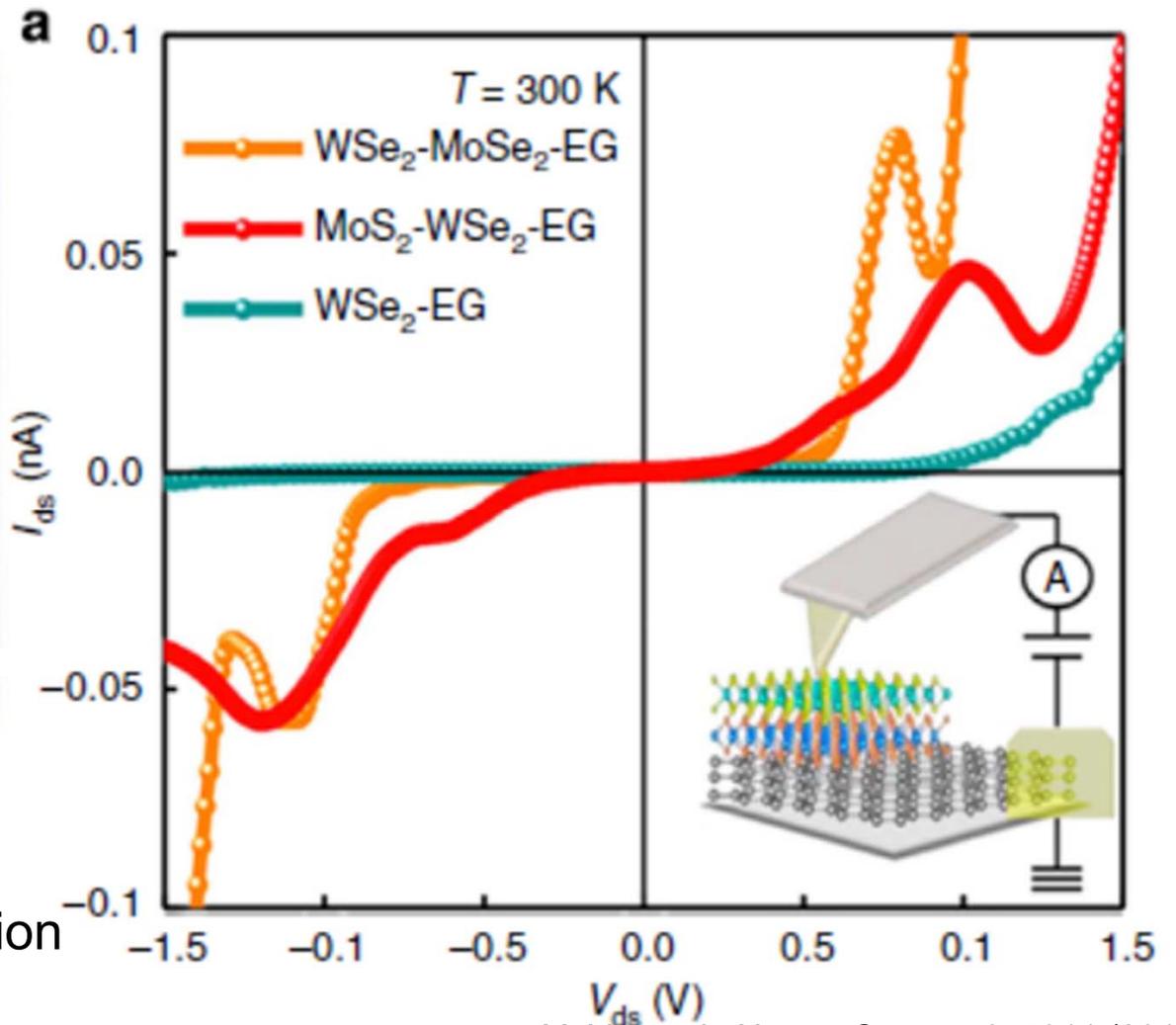
Resonanttunneldiode



https://en.wikipedia.org/wiki/Resonant-tunneling_diode



High resolution



Y. Lin et al., Nature Comm., 6, 7311 (2015)



**Vielen Dank für Ihre
Aufmerksamkeit.**

