

Tiefemperaturphysik und Supraleitung

VERSUCH ZUM FORTGESCHRITTENENPRAKTIKUM

AG Prof. Dr. U. Hartmann

Institut für Experimentalphysik, Universität des Saarlandes

Gliederung

- 0 Kurzfassung, Vorbemerkungen
- 1 Beschreibung des Versuchsaufbaus
 - 1.1 Kryostat
 - 1.2 Supraleitender Magnet
 - 1.3 Meßeinsatz zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit
 - 1.4 Software zur Durchführung der Messungen
- 2 Grundbegriffe aus der Supraleitung
 - 2.1 Einleitung
 - 2.2 Verschwindender elektrischer Widerstand
 - 2.3 Verdrängung des Magnetfeldes, Meißner-Ochsenfeld-Effekt
 - 2.4 Kritisches Feld, Supraleiter erster und zweiter Art
 - 2.5 Kritischer Strom
 - 2.6 Thermodynamik
 - 2.7 Weitere Eigenschaften der Supraleitung
 - 2.8 Theorie der Supraleitung
 - 2.9 Hochtemperatursupraleitung
- 3 Versuchsdurchführung
 - 3.1 Vorbereitung
 - 3.2 Messungen
 - 3.2.1 Bestimmung der kritischen Stromdichte im supraleitenden Zustand
 - 3.2.2 Kritische Feldkurve
 - 3.2.3 Spezifischer Widerstand im Temperaturbereich von $T_c \leq T < 300 \text{ K}$
 - 3.3 Hinweise zur Durchführung
- 4 Fragen und Aufgaben
- 5 Literaturhinweise

0 Kurzfassung, Vorbemerkungen

Ziel des Versuches

Dieser Versuch soll Sie in die Arbeitsmethoden der Tieftemperaturphysik einführen. Die Untersuchungen erfolgen in einem Temperaturbereich von Raumtemperatur bis hinab zu 1,5 K. Neben den technischen Aspekten des Versuchsaufbaus und dem Umgang mit flüssigem Helium zum Erreichen sehr tiefer Temperaturen werden Sie in Experimente zur Messung physikalischer Eigenschaften von Festkörpern bei tiefen Temperaturen eingeführt. Im Detail werden Sie Transportmessungen an verschiedenen Normal- und Supraleitern durchführen. Technisch lernen Sie die besonderen Vorkehrungen für den experimentellen Aufbau eines Tieftemperaturexperiments kennen sowie den Vorgang zur Erzeugung tiefer Temperaturen für ein physikalisches Experiment. Damit verbunden ist der sichere Umgang mit kryogenen Flüssigkeiten.

Hinweise zur Vorbereitung auf den Versuch

Um den Versuch sinnvoll und in angemessener Zeit durchführen zu können ist es erforderlich, daß Sie sich über diese Anleitung hinaus vorbereitend mit den folgenden physikalisch-technischen Stichworten bis zum Versuchsbeginn vertraut gemacht haben:

- Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen
- Elektrische Leitfähigkeit von Festkörpern, Temperaturverhalten
- Grundlagen der Supraleitung

Außerdem sollten Sie sich bereits Gedanken zur Durchführung des Versuchs gemacht haben und dazu, in welcher Größenordnung sich die zu messenden Größen bewegen.

Hinweise zur Nachbereitung des Versuchs

Zur vollständigen Versuchsdurchführung ist ein Protokoll während der Experimente zu führen, in dem Meßwerte, Einstellungen und Beobachtungen festgehalten werden sollten. Die Ausarbeitung ist entsprechend den Richtlinien des Praktikums nach Versuchsdurchführung beim betreuenden Assistenten abzugeben. Diese Ausarbeitung sollte eine in sich geschlossene Darstellung sein, die auch eine kurze Beschreibung des Aufbaus sowie der Durchführung enthält, so daß Ihre Meßergebnisse jederzeit reproduzierbar sind. Sämtliche Meßergebnisse sind sinnvoll darzustellen

und auch im Vergleich zueinander zu diskutieren. Wo es möglich ist, sollte ein Vergleich mit Literaturdaten bzw. mit theoretisch bestimmten Daten durchgeführt werden. Die Angabe von Literaturquellen darf selbstverständlich nicht fehlen. Außerdem sollte eine Fehlerdiskussion Bestandteil des Protokolls sein.

1 Beschreibung des Versuchsaufbaus

1.1 Kryostat

Zur Erzeugung tiefer Temperaturen ist ein Kühlmedium erforderlich. Hierzu werden verflüssigte Gase benutzt, wie z. B. flüssiger Stickstoff mit einer Siedetemperatur von 77 K und flüssiges Helium mit einer Siedetemperatur von 4,2 K, jeweils unter Normalbedingungen. Um die Kühleigenschaften dieser Flüssigkeiten für eine Probe nutzbar zu machen, gibt es im wesentlichen zwei Methoden. Zum einen kann das Kühlmedium in einem geschlossenen Kreis an der Probe vorbeigeführt werden, zum anderen kann die Probe direkt in das Flüssigkeitsbad bzw. in den kalten Gasstrom gehängt werden. Eine Grundregel für beide Methoden ist, daß die Probe thermisch gut an das kühlende Medium angekoppelt ist, aber schlecht an die "wärmende" Außenwelt. Die schlechte Ankopplung erreicht man durch thermisch schlecht leitende Materialien und Konstruktionen.

Das für den Versuch zur Verfügung stehende System kann als Bad- bzw. als Gasstrom-Kryostat benutzt werden. In Abb. 1 ist eine Prinzipskizze des Systems dargestellt. Zur thermischen Isolation von der Umgebung ist der Innenraum, in dem sich während der Experimente das flüssige Helium befindet, von einem Vakuummantel umgeben. Um eine wirkungsvolle thermische Isolation zu erhalten ist dieser Mantel vor dem Befüllen auf einen Druck von maximal 10-5 mbar zu evakuieren. Über den Befüllungsvorgang mit flüssigem Helium und die damit verbundenen Vorsichtsmaßnahmen werden Sie vom betreuenden Assistenten informiert.

Damit sich innerhalb des He-Vorratsbehälters durch das verdampfende Helium kein Überdruck bilden kann, muß dieser Behälter eine Öffnung nach außen haben. Bei Experimenten mit flüssigem Helium fallen enorme Gasmengen an. Um die Kosten zu minimieren wird das Helium in einem geschlossenen Kreis gehandhabt, d. h. das verdampfende Gas aus Kryostat und Transportbehälter wird einem Rückgewinnungssystem zugeführt. Es ist darauf zu achten, daß

diesem System keine Verunreinigungen in Form von Luft oder Wasserdampf u. a. zugeführt werden. Daher ist der Kryostateninnenraum vor dem Befüllen auszupumpen und mit He-Gas aus einem Transportbehälter zu spülen. Der Innenraum des Kryostaten darf erst dann ausgepumpt werden, wenn das Isoliervakuum besser als 10⁻² mbar ist. Das Rückgewinnungssystem steht unter leichtem Überdruck. Lassen Sie keine Ventile gegen Außenluft offen, damit keine Heliumverluste auftreten. Lassen Sie ebenso keine Öffnungen des Kryostaten gegen Außenluft offen, da Gase in den Kryostaten gelangen und dort ausfrieren können. Achten Sie darauf, daß die Rückleitung angeschlossen ist.

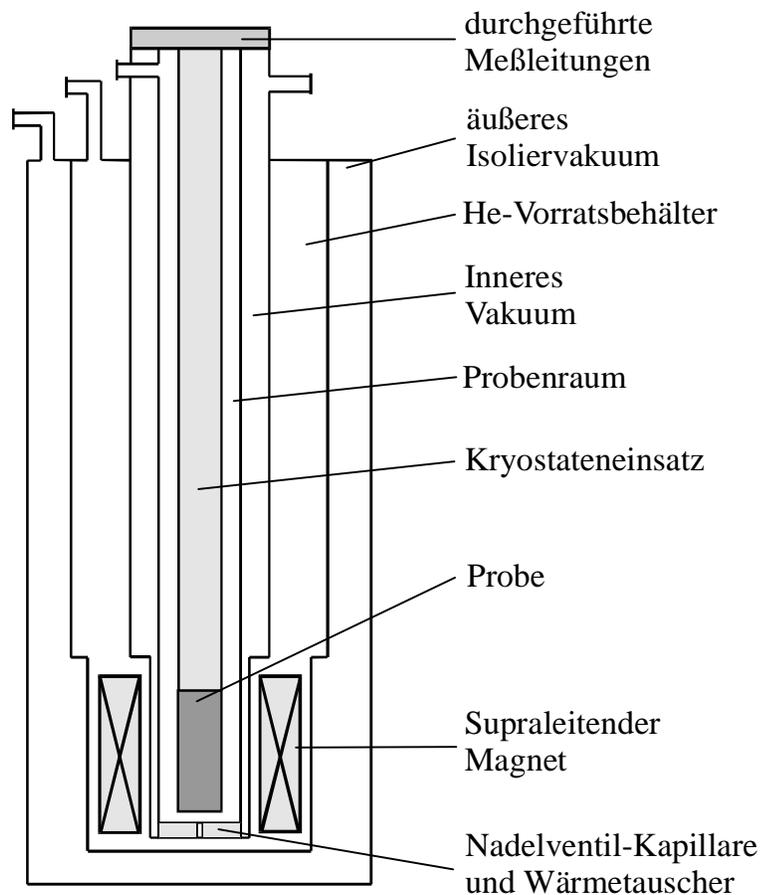


Abb. 1: Schematischer Aufbau des Kryostaten

Innerhalb des He-Vorratsbehälters befindet sich ein weiterer geschlossener Raum, in dem sich bei der Messung der Kryostateneinsatz mit der Probe befinden wird. Dieser Raum hat an der

Unterseite über ein Nadelventil eine Verbindung zum He-Vorratsbehälter. Dort befindet sich zur Temperaturregelung auch ein Wärmetauscher, in dem eine Heizung und ein Thermoelement eingebaut sind. Folgende Betriebsmodi können nun für verschiedene Temperaturbereiche gewählt werden:

- Durch Öffnen des Nadelventils kann flüssiges Helium in den Probenraum gelangen, so daß Messungen im Heliumbad bei einer Temperatur von 4,2 K vorgenommen werden können. Der Probenraum benötigt hierbei eine Öffnung nach außen, damit sich durch das verdampfende He-Gas kein Überdruck bilden kann.
- Durch Verringerung des Dampfdruckes über dem Helium-Bad läßt sich die Temperatur weiter senken, so daß mit dem benutzten System Temperaturen bis 1,5 K erreicht werden können. Dazu muß an den mit flüssigem Helium gefüllten Probenraum eine Vakuumpumpe angeschlossen werden.
- Durch Regelung des He-Gasstroms durch das Nadelventil und Regelung der Heizleistung des Wärmetauschers lassen sich im Gasstrom variable Temperaturen von 1,5 bis 300 K einstellen. Hierzu ist es erforderlich, eine Vakuumpumpe an den Probenraum anzuschließen.

Sicherheitshinweise für den Umgang mit kryogenen Flüssigkeiten

Trotz ihres harmlosen Aussehens bergen tiefkalte Flüssigkeiten bei unsachgemäßer Handhabung Gefahren in sich. Sollten Sie mit ihnen oder mit kalten Flächen in Kontakt kommen, so können Verbrennungen entstehen, die vergleichbar sind mit Verbrennungen an heißen Gegenständen. Es ist möglich, daß Ihre Finger einfrieren und an kalten Flächen haften bleiben (Abb. 2). Ist es während der Versuchsdurchführung erforderlich, einen kalten Gegenstand zu berühren, so benutzen Sie immer Handschuhe. Besonders gefährdet sind die Augen, insbesondere beim Umgang mit flüssigem Stickstoff, wo sich leicht Spritzer bilden. Tragen Sie hierbei immer einen Augenschutz! Schockartiges Verdampfen von Flüssigkeit sollte vermieden werden. Beachten Sie den Faktor von 750 zwischen dem Flüssigkeitsvolumen des Heliums und seines Gasvolumens, d. h. wenn Sie 21 l flüssiges Helium (das ist der Inhalt des vollständig gefüllten Kryostaten) verdampfen, entsteht eine Gasmenge von 15.750 l.

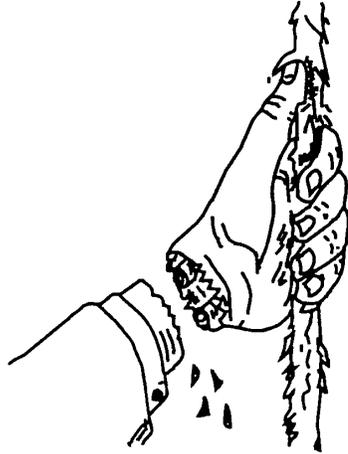


Abb. 2: Gefahren beim Umgang mit tiefkalten Oberflächen

Bei Fragen oder Unklarheiten wenden Sie sich bitte sofort an den betreuenden Assistenten.

1.2 Supraleitender Magnet

Zur Durchführung von Messungen bei hohen Magnetfeldern ist der Kryostat mit einem supraleitendem Magnetsystem ausgestattet. Mit der angeschlossenen Stromquelle lassen sich bei einem Strom von 93 A Felder bis zu 8 T generieren. So hohe Felder werden bei Ihrer Versuchsdurchführung jedoch nicht benutzt. Der Magnet mit einer Induktivität von 4,26 H befindet sich innerhalb des He-Vorratsbehälters und umschließt den unteren Teil des Probenraums. Vor der Inbetriebnahme des Magneten ist sicherzustellen, daß die Spulen gegen die Kryostatenwand elektrisch isoliert sind. Der Isolationswiderstand soll größer als 10 M Ω sein. Des weiteren sollten Sie sich vergewissern, daß sich ausreichend viel flüssiges Helium im Vorratsbehälter befindet, so daß sich der Magnet während der Betriebsdauer im Kühlmedium befindet und sich nicht aufwärmen kann. Sollte ein Teil der Windungen normalleitend werden, so wird an dieser Stelle Energie in Form von Joulscher Wärme frei. Diese Wärme läßt flüssiges Helium verdampfen und kann den normalleitenden Bereich des Magneten vergrößern, was wiederum mehr Joulsche Wärme produziert. Bei diesem Vorgang spricht man von einem "Quenchen" des Magneten, bei dem schlagartig eine große Menge an verdampftem Helium anfallen kann. Ein Quench wird von der Stromquelle registriert, diese fährt so schnell als möglich das Feld herunter.

Durch den Einsatz eines supraleitenden Schalters wie in Abb. 3 läßt sich ein Suprastrom im Magneten speichern. Der Schalter besteht aus einem Supraleiter, der durch einen angebrachten Heizwiderstand in den normalleitenden Zustand "geschaltet" werden kann. Dieser Schalter ist zunächst normalleitend, so daß im Magneten ein Feld durch die Stromquelle aufgebaut werden kann. Ist das gewünschte Feld erreicht, so wird der Schalter supraleitend, so daß ein Suprastrom durch den Magnetkreis fließt. In diesem Zustand ist zur Aufrechterhaltung des Magnetfeldes keine Leistung mehr erforderlich und die Stromquelle kann heruntergefahren und vom Magneten getrennt werden. Der Vorteil dieses Modus ist eine hohe Konstanz des eingefrorenen Feldes. Soll das Feld geändert werden, so ist die Stromquelle mit entsprechendem Strom wieder anzukoppeln und der supraleitende Schalter zu öffnen.

In die Bedienung des Magnetsystems wird sie der betreuende Assistent ausführlich einweisen.

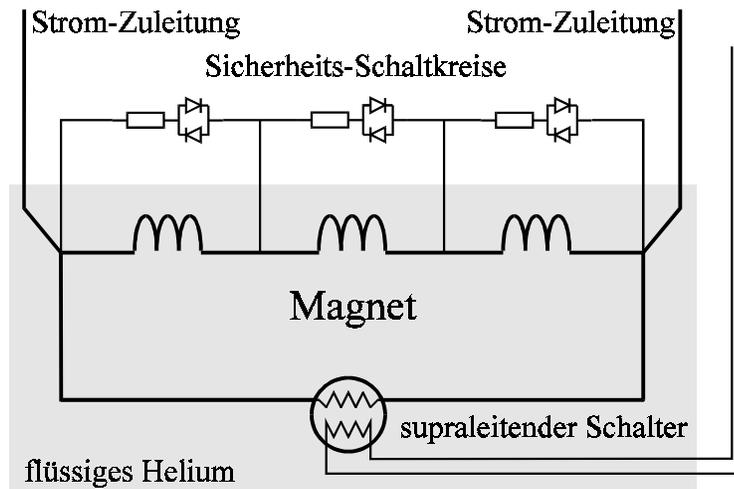


Abb. 3: Schematischer Aufbau des Magnetsystems

1.3 Meßeinsatz zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit

Die Messung der elektrischen Leitfähigkeit wird in 4-Punkt-Messung vorgenommen. Dafür steht Ihnen eine Stromquelle mit Spannungsmeßgerät zur Verfügung. Die kontaktierte Probe befindet sich in einem Probenhalter am Ende der Transferstange, die in den Kryostaten eingebaut wird (Abb. 1). Der Kryostateneinsatz ist so bemessen, daß sich die Probe im Zentrum des

supraleitenden Magnets befindet. Zur Temperaturkontrolle des Probenhalters ist dort ein zusätzliches Thermoelement eingebaut.

1.4 Software zur Durchführung der Messung

Sämtliche für die Bedienung des Kryostaten und zur Durchführung Ihrer Messungen benötigten Mess- und Kontrollgeräte werden über einen PC gesteuert. Für Ihre Durchführung stehen zwei Programme zur Verfügung, welche die Messung der Leitfähigkeit bei variabler Temperatur sowie die Aufnahme von Kennlinien ermöglichen. Die Programme sind weitestgehend selbsterklärend, der Assistent wird Sie in die Bedienung einweisen.

2 Grundbegriffe aus der Supraleitung

In diesem Abschnitt werden kurz die Grundbegriffe und Phänomene der Supraleitung zusammengefaßt, die für ein Verständnis jener Effekte wesentlich sind, die in diesem Versuch untersucht werden. Dies soll Sie dazu ermuntern, bestimmte Dinge noch einmal genauer in der weiterführenden Literatur nachzulesen.

2.1 Einleitung

Die bekannteste Erscheinung aus der Supraleitung ist, daß der elektrische Widerstand einiger Metalle und Legierungen sowie spezieller Keramiken bei ausreichend tiefer Temperatur sprunghaft verschwindet. Diese Eigenschaft wurde 1911 von Kamerlingh Onnes an Quecksilber entdeckt. Metalle und Legierungen werden als konventionelle Supraleiter bezeichnet. Daß auch Keramiken supraleitend werden können und sogar bei wesentlich höheren Temperaturen, war die spektakuläre Entdeckung von Bednorz und Müller im Jahre 1986 [1], für die ihnen 1987 der Nobelpreis für Physik verliehen wurde.

Eine entscheidende Materialgröße eines Supraleiters ist seine Sprungtemperatur T_c , bei der das Material supraleitend wird. Konventionelle Supraleiter besitzen Sprungtemperaturen im Bereich von wenigen Kelvin (Hg(α): 4,2 K; Al: 1,2 K; Nb: 9,3 K; Pb: 7,3 K; Tl: 2,4 K), wohingegen die Hochtemperatursupraleiter, angefangen bei 35 K [1], Sprungtemperaturen bis über den Siedepunkt von Stickstoff bei einer Temperatur von 77 K erreichen (z. B. in [2] wird von 90 K berichtet). Die höchste Sprungtemperatur liegt z. Zt. bei 135 K [3].

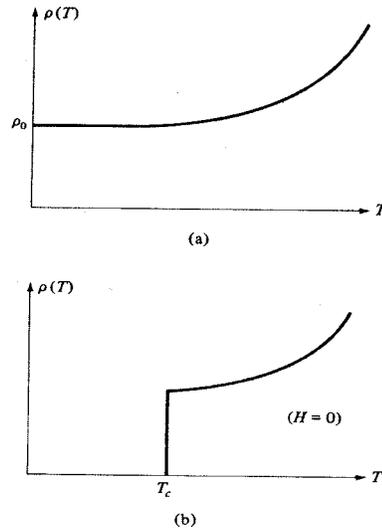


Abb. 4: Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Temperatur im Falle (a) eines normalleitenden Metalls und (b) eines Supraleiters bei verschwindendem Magnetfeld (aus [10], S. 730).

2.2 Verschwindender elektrischer Widerstand

Einen ersten Einblick in das Phänomen der Supraleitung erhält man durch die Gegenüberstellung der Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes $\rho(T)$ von Supraleitern und normalen Leitern, wie in Abb. 4 gezeigt. Oberhalb von T_c ähnelt die $\rho(T)$ -Kurve des Supraleiters asymptotisch der Form für ein normalleitendes Material mit einer T^5 -Abhängigkeit der Form $\rho(T) = \rho_0 + BT^5$. Der Restwiderstand ρ_0 rührt her von der Streuung an Defekten und Unreinheiten, der Term BT^5 resultiert aus der Streuung der Elektronen an Phononen (die Quantenanregungen der Gitterschwingungen). Unterhalb von T_c verlieren beide Mechanismen an Bedeutung und der spezifische Widerstand fällt abrupt auf unmeßbar kleine Werte. Bisherige Experimente mit einem supraleitenden Ringstrom zeigen, daß dieser selbst nach einer Zeit von 2 1/2 Jahren nicht meßbar abgenommen hat [4]. Dies läßt darauf schließen, daß der Widerstand des Supraleiters mindestens 20 Größenordnungen unter dem Widerstand bei Raumtemperatur liegt.

2.3 Verdrängung des Magnetfeldes, Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Ein supraleitendes Material muß sich als Leiter mit verschwindendem Widerstand wie ein perfekter Diamagnet verhalten: wird es in ein Magnetfeld gebracht, so werden nach der Lenzschen Regel Ströme in ihm induziert, die das äußere Feld vollständig kompensieren. Wegen der Eigenschaft der Supraleitung nehmen die Kreisströme nicht ab, so daß im Innern immer ein konstantes Magnetfeld herrscht, was sich anhand eines einfachen theoretischen Argumentes verstehen läßt: Nach dem Ohmschen Gesetz ist das elektrische Feld in einem Supraleiter $\vec{E} = \rho \vec{j} = 0$. Gemäß der dritten Maxwellgleichung folgt für die Änderung des Magnetfeldes

$$\frac{d}{dt} \vec{B} = -\nabla \times \vec{E} = 0.$$

Ein Supraleiter unterscheidet sich von einem "nur" idealen Leiter durch die Tatsache, das in dessen Innern das magnetische Feld immer gleich Null ist: $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = 0$ bzw. $\vec{M} = -\vec{H}$. Auch wenn ein Supraleiter mit einer Temperatur oberhalb von T_c in ein Magnetfeld gebracht wird und im Magnetfeld unter T_c abgekühlt wird, wird das Magnetfeld bei dem Übergang zur Supraleitung aus dem Material verdrängt (siehe Abb. 5).

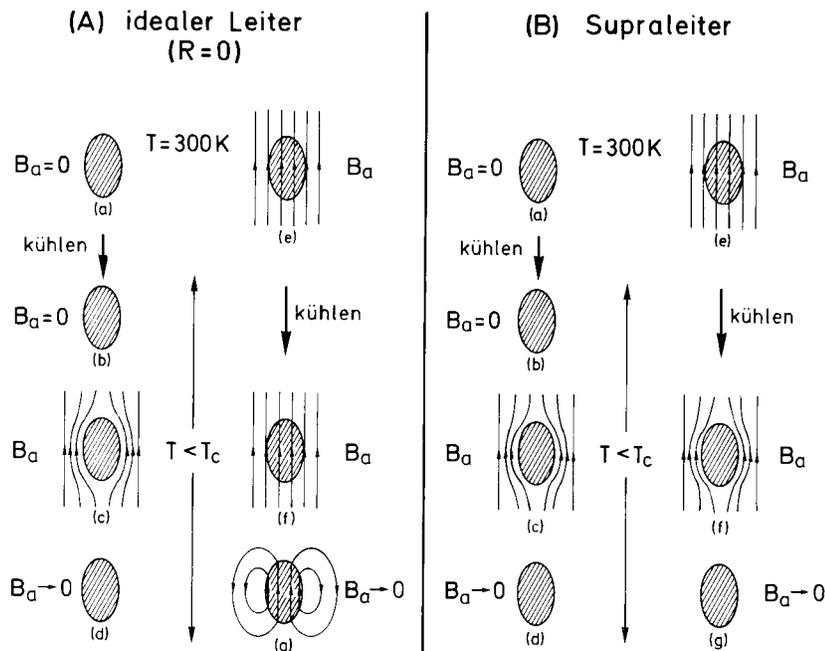


Abb. 5: Magnetisches Verhalten eines idealen Leiters (A) und eines Supraleiters (B). Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt drängt immer den magnetischen Fluß beim Unterschreiten der Sprungtemperatur aus dem Supraleiter heraus (aus [11]).

2.4 Kritisches Feld, Supraleiter erster und zweiter Art

Es kostet Energie, ein Magnetfeld aus einem Volumen im Raum zu verdrängen. Daß ein Supraleiter das dennoch vermag, liegt an der Tatsache, daß der supraleitende Zustand unterhalb von T_c energetisch günstiger ist als der normalleitende Zustand. Bei einem ausreichend hohen Magnetfeld wird sich dieses Verhältnis umkehren, und es wird energetisch vorteilhafter sein, zurück in den normalleitenden Zustand überzugehen. Supraleiter können auf zwei wesentlich verschiedene Arten auf ein Magnetfeld reagieren, woraus sich eine Unterscheidung in Supraleiter erster und zweiter Art ergibt.

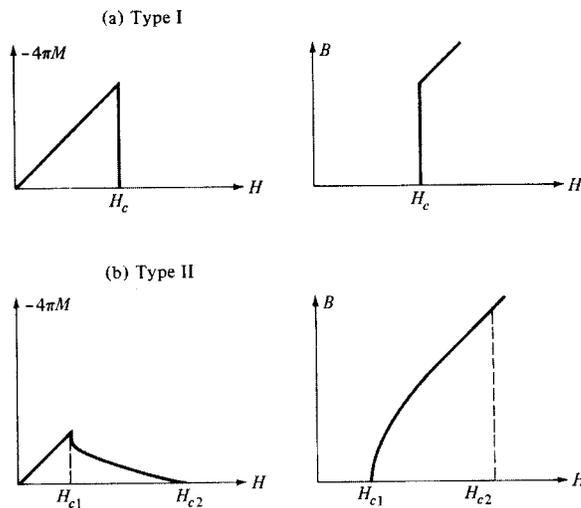


Abb. 6: Magnetisierungskurven von Supraleitern (a) erster und (b) zweiter Art; aufgetragen sind jeweils M und B in Abhängigkeit von H (aus [10], S. 733)

Supraleiter erster Art

Unterhalb eines kritischen äußeren Magnetfeldes H_c wird der magnetische Fluß vollständig verdrängt:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = 0 \quad \text{oder} \quad \vec{M} = -\vec{H} \quad \text{für} \quad |\vec{H}| < H_c. \quad (1)$$

Überschreitet die Größe des angelegten Magnetfeldes das kritische Feld H_c , so kehrt das Material vollständig in den normalleitenden Zustand zurück ($\vec{M} = 0$). In Abb. 6 (a) ist dieses Verhalten von M bzw. B in Abhängigkeit von H gezeigt.

Das kritische Feld H_c ist abhängig von der Temperatur, $H_c = H_c(T)$, und es gilt $H_c(T) \rightarrow 0$ für $T \rightarrow T_c$. Ein typisches Phasendiagramm zeigt diese Temperaturabhängigkeit von H_c in Abb. 7.

Beispiele für Supraleiter erster Art sind Blei, Quecksilber, Aluminium. Die kritischen Feldstärken liegen im Bereich von wenigen hundert Gauss.

Supraleiter zweiter Art

Ein Supraleiter zweiter Art ist gekennzeichnet durch die Existenz zweier kritischer Felder $H_{c1}(T)$ und $H_{c2}(T)$, wobei gilt $H_{c1}(T) < H_{c2}(T)$. Unterhalb von $H_{c1}(T)$ wird der magnetische Fluß vollständig aus dem Supraleiter verdrängt (Meißner-Phase) und es gilt die Beziehung (1). Für Magnetfelder zwischen $H_{c1}(T)$ und $H_{c2}(T)$ dringt der magnetische Fluß partiell in den Supraleiter ein (Schubnikow-Phase), und zwar in Form von Flußschläuchen, die den Fluß eines elementaren Flußquants $\Phi_0 = hc/2e$ mit sich führen (h Plancksches Wirkungsquantum, c Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und e Elementarladung). Im Innern dieser Schläuche ist das Magnetfeld konzentriert, und dort bricht die Supraleitung lokal zusammen. Außerhalb der Flußschläuche ist Supraleitung weiter vorhanden. Erst oberhalb von $H_{c2}(T)$ wird das Material vollständig normalleitend und das Magnetfeld kann vollständig in die Probe eindringen. Abbildung 6 (b) zeigt dieses Verhalten von B und M in Abhängigkeit von H für einen Supraleiter zweiter Art. $H_{c1}(T)$ und $H_{c2}(T)$ zeigen jeweils eine Temperaturabhängigkeit wie $H_c(T)$ im Falle des Supraleiters erster Art (Abb. 7). Die kritischen Feldstärken von Supraleitern zweiter Art betragen mehr als 10 T. Damit sind Supraleiter zweiter Art wesentlich geeigneter zum Bau starker Magnete als Supraleiter erster Art. Supraleiter zweiter Art sind z. B. Niob, Legierungen, sowie die Hochtemperatursupraleiter.

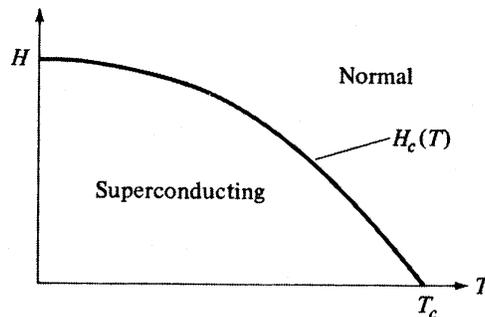


Abb. 7: Phasendiagramm für den Übergang zwischen supraleitendem und normalleitendem Zustand in einem Supraleiter erster Art in der H - T -Ebene. Die Phasengrenze ist gegeben durch die $H_c(T)$ -Kurve (aus [10], S. 732).

2.5 Kritischer Strom

Sobald in einem Supraleiter Strom fließt, erzeugt dieser ein Magnetfeld. Wenn der Strom groß genug ist, um die kritische Feldstärke H_c zu überschreiten, bricht die Supraleitung ebenfalls zusammen. Die Größe dieses kritischen Stroms, der immerhin 100 A in einem Draht von 1 mm Durchmesser betragen kann, hängt stark von der Geometrie und den Ausmaßen, sowie der inneren Struktur (amorph, einkristallin, polykristallin) der Probe ab.

2.6 Thermodynamik

Die Supraleitung ist ein eigener thermodynamischer Zustand. Der Phasenübergang bei T_c ist reversibel, so daß sich die Gesetze der Thermodynamik anwenden lassen. Wir berechnen hier exemplarisch den Unterschied der inneren Energien eines Supraleiters vom normalleitenden Material. Betrachtet man den Einfluß des Magnetfeldes auf den Phasenübergang, so berechnet man die Arbeit, die notwendig ist, um einen Supraleiter aus dem Unendlichen ($H = 0$) in ein äußeres Magnetfeld der Stärke H zu bringen:

$$W = -\mu_0 V \int_0^H dH' \cdot M.$$

Unter Benutzung der Energiedichte $w = W/V$ erhält man die folgende thermodynamische Beziehung zwischen den spezifischen Größen:

$$du = Tds - \mu_0 M dH,$$

oder, unter Ausnutzung der Beziehung (1) (der Index "S" bezeichnet Größen im supraleitenden Zustand):

$$du_s = Tds + \mu_0 H dH.$$

Da am absoluten Nullpunkt $T ds = 0$ gilt, erhält man schließlich für die Energiedichte eines Supraleiters im Magnetfeld im Vergleich zum abgeschalteten Feld:

$$u_s(H) - u_s(0) = \frac{1}{2} \mu_0 H^2.$$

Für ein normalleitendes Material gibt es (bei kleiner magnetischer Suszeptibilität) diese Abhängigkeit vom Magnetfeld nicht ("N" bezeichnet Größen im normalleitenden Zustand):

$$u_N(H) = u_N(0).$$

Hat das äußere Magnetfeld gerade die kritische Stärke, $H=H_c$, so stimmen u_N und u_s überein, so daß bei $T = 0$ die Beziehung gilt:

$$u_N(H_c(0)) = u_s(H_c(0)) = u_s(0) + \frac{1}{2} \mu_0 H_c(0)^2.$$

2.7 Weitere Eigenschaften der Supraleitung

Energielücke

Ein Supraleiter verhält sich in vielerlei Hinsicht so, als gäbe es eine Energielücke der Größe 2Δ , deren Mitte mit der Fermienergie zusammenfällt. Daher kann ein Supraleiter nur Elektronen aufnehmen bzw. abgeben, deren Energie E außerhalb der Lücke liegt, d. h. $E - E_F > 0$ bzw. $E_F - E > 0$. Diese Lücke wird mit sinkender Temperatur größer.

Die Energielücke kann direkt in einem Tunnelexperiment beobachtet werden, in dem z. B. ein Supraleiter durch eine sehr dünne isolierende Schicht von einem normalleitenden Metall getrennt ist. Unterhalb einer Grenzspannung V_{Gr} fließt im Falle von $T=0$ kein Strom. Oberhalb dieser Spannung geht die Kennlinie abrupt in die normale ohmsche Kennlinie (die auch für Tunnelkontakte gilt !) über (siehe Abb. 8). Die Energielücke im Supraleiter ist typischerweise im Bereich von meV (Al: 0,3 meV, Pb: 2,7 meV) und damit um ca. drei Größenordnungen kleiner als die Energielücke von Halbleitern (Si: 1.12 eV).

Die Existenz einer Energielücke ist zwar charakteristisch für Supraleiter, es gibt aber auch Supraleiter ohne Energielücke, z. B. wenn gezielt magnetische Verunreinigungen in einen supraleitenden Festkörper eingebracht werden.

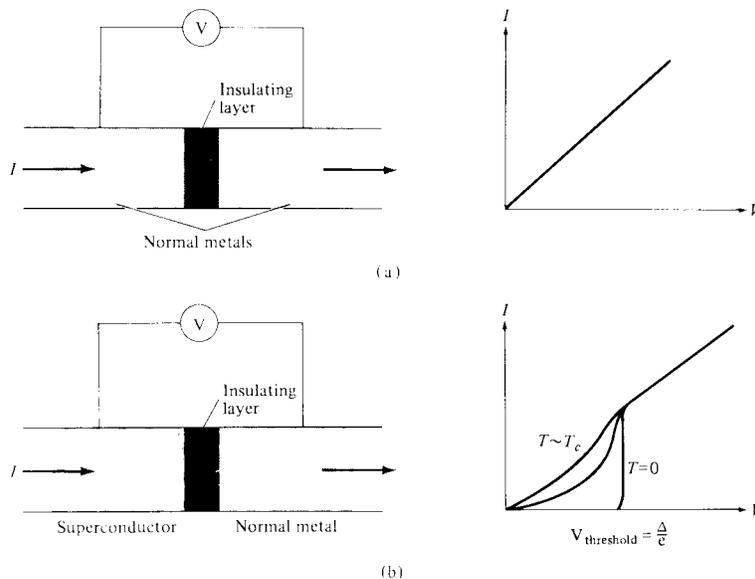


Abb. 8: $I(V)$ -Kennlinien eines Tunnelkontaktes (a) zwischen zwei Metallen, (b) zwischen einem Metall und einem Supraleiter (aus [10], S. 736).

Spezifische Wärme

Die Energielücke hat auch Konsequenzen für das Verhalten der spezifischen Wärme bei tiefen Temperaturen. Die spezifische Wärme eines normalleitenden Metalls hat die Form $c_N(T) \propto AT + BT^3$, wobei der lineare Teil von elektronischen Anregungen, der kubische Teil von phononischen Anregungen herrührt. Unterhalb von T_c (bei ausgeschaltetem Magnetfeld) springt die spezifische Wärme eines Supraleiters auf einen höheren Wert, um bei weiterem Abkühlen unter den Wert zu fallen, der bei einem normalleitenden Metall zu erwarten wäre. Bei tiefen Temperaturen verhält sich die spezifische Wärme wie man es bei Existenz einer Energielücke erwartet: sie geht exponentiell gegen Null $c_s(T) \propto \exp(-\Delta/kT)$ (vgl. Abb. 9 und Aufgabe 4).

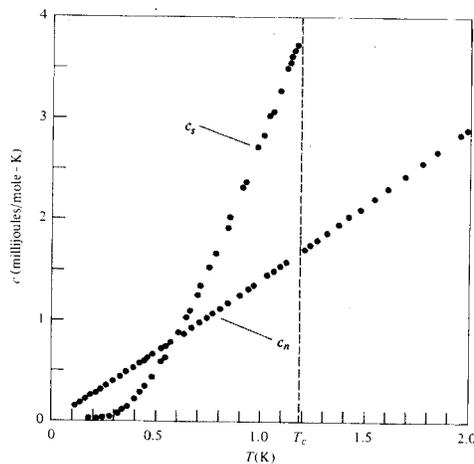


Abb. 9: Spezifische Wärme von normalleitendem (n) und supraleitendem (s) Aluminium in Abhängigkeit von der Temperatur (aus [10], S. 734).

Isotopieeffekt

Die kritischen Temperaturen verschiedener Isotope desselben Metalls unterscheiden sich. Oft gilt in diesem Fall $T_c \propto \sqrt{m}$. Diese Abhängigkeit von der Masse zeigt, daß die Atomrümpfe im Supraleiter eine wesentliche Rolle spielen.

Flußquantisierung

Befinden sich in einem Supraleiter Poren, oder tritt magnetischer Fluß oberhalb H_{c1} in einen Supraleiter zweiter Art ein, so beträgt der von supraleitendem Material umgebene magnetische

Fluß immer ganzzahlige Vielfache des elementaren Flußquants $\Phi_0 = hc/2e$. Das theoretische Argument im Rahmen der Ginzburg-Landau-Theorie (siehe 2.8) beruht darauf, daß die Wellenfunktion des supraleitenden Zustandes eindeutige Werte annehmen muß.

Josephson-Effekt

Oben haben wir das Tunneln von Elektronen zwischen einem Supraleiter und einem Metall beschrieben. Auch zwischen zwei Supraleitern, getrennt durch eine dünne isolierende Schicht, können Elektronen tunneln. Die $I(U)$ -Kennlinie spiegelt auch dann die Termschemata wider.

Im Jahre 1962 machte Josephson die Vorhersage, daß zusätzlich zu diesem "normalen Tunneln" von einzelnen Elektronen ein weiterer Teil des Tunnelstroms getragen wird durch einen Suprastrom gepaarter Elektronen (Cooper-Paare, siehe 2.8). Falls die Tunnelbarriere nicht zu dick ist, können diese Elektronenpaare hindurch tunneln, ohne die Bindung aufzulösen. Das hat zur Folge, daß dieser Strom von gepaarten Elektronen auch ohne angelegtes elektrisches Feld durch eine Barriere fließt (Gleichstrom-Josephson-Effekt).

Die Flußquantisierung (s. o.) gilt auch unter Einbeziehung der Tunnelbarriere, (die ihrerseits den magnetischen Fluß *nicht* verdrängt), so daß der Josephsonstrom mit dem magnetischen Fluß oszilliert, und zwar mit der Periode eines elementaren Flußquants $\Phi_0 = hc/2e$. Damit stellen Josephsonkontakte höchstempfindliche Meßanordnung für Magnetfelder dar (SQUIDs).

Wird eine Gleichspannung an einen solchen Tunnelkontakt angelegt, so stellt man fest, daß der induzierte Strom in der Zeit oszilliert, mit der Kreisfrequenz $\omega = 2eV/\hbar$. Dieser Wechselstrom-Josephson-Effekt wurde nicht nur beobachtet, sondern auch benutzt, um sehr genau die fundamentale Konstante e/h zu bestimmen.

2.8 Theorie der Supraleitung

London-Theorie

Die erste phänomenologische Theorie der Supraleitung wurde 1935 von F. London und H. London entwickelt [5]. Es werden die Implikationen eines verschwindenden Widerstandes und der Verdrängung des Magnetfeldes in einem einfachen Modell unter Einbeziehung der Maxwell-Gleichungen analysiert, wie sie hier kurz skizziert sind.

Die Geschwindigkeit \vec{v}_s eines supraleitenden Elektrons wird sich in einem elektrischen Feld \vec{E} wie die eines freien Elektrons verhalten:

$$m \frac{d\vec{v}_s}{dt} = -e\vec{E}.$$

Da die supraleitenden Elektronen (Konzentration n_s) so gut wie den gesamten Strom transportieren, gilt für den Strom

$$\frac{d}{dt} \vec{j} = -n_s e \frac{d}{dt} \vec{v}_s = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E}.$$

Einsetzen in die dritte Maxwell-Gleichung gibt zusammen mit der zweiten Maxwell-Gleichung die beiden Gleichungen, die für Strom und Magnetfeld in einem perfekten Leiter gelten:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla \times \vec{j} + \frac{n_s e^2}{m} \vec{B} \right) = 0, \quad (2a)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}. \quad (2b)$$

London ersetzte die erste dieser beiden Gleichungen durch die restriktivere Gleichung

$$\nabla \times \vec{j} = -\frac{n_s e^2}{m} \vec{B}, \quad (3)$$

die zusammen mit (2b) direkt auf den Meißner-Ochsenfeld-Effekt führt. Einsetzen von (2b) in (3) und umgekehrt liefert:

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{n_s e^2 \mu_0}{m} \vec{B},$$

$$\nabla^2 \vec{j} = \frac{n_s e^2 \mu_0}{m} \vec{j}.$$

Diese beiden Gleichungen wiederum implizieren, daß Strom und Magnetfeld nur in einer

Oberflächenschicht der Dicke $\Lambda = \sqrt{\frac{m}{n_s e^2 \mu_0}}$ (Londonsche Eindringtiefe) existieren können.

Ginzburg-Landau-Theorie

Ginzburg und Landau (1950) [6] gingen davon aus, daß der supraleitende Zustand charakterisiert werden kann durch einen komplexen "Ordnungsparameter" $\psi(\vec{r})$, der oberhalb von T_c verschwindet und den Grad der Ordnung durch Supraleitung an der Stelle \vec{r} angibt. Dieser Ordnungsparameter erlaubt eine konsistente thermodynamische Formulierung der Supraleitung. Eine fundamentale Annahme der Ginzburg-Landau-Theorie ist, daß sich der Strom im Supraleiter

berechnen läßt, als beschreibe $\psi(\vec{r})$ die Wellenfunktion eines Teilchens der Ladung $-2e$ und der Masse $2m$. Ein Ergebnis der Theorie ist eine Erklärung für die Quantisierung des magnetischen Flusses (siehe 2.7).

BCS-Theorie

Die BCS-Theorie von Bardeen, Cooper und Schrieffer (1957) [7] liefert eine mikroskopische Begründung der Ginzburg-Landau-Theorie. Sie benötigt eine attraktive Wechselwirkung zwischen Elektronen an der Fermikante, d. h. Elektronen, deren Energie gerade mit der Fermienergie übereinstimmt. Eine solche Wechselwirkung kann z.B. durch Phononen (Gitterschwingungen) vermittelt werden, was den Isotopieeffekt (2.7) erklären kann. Cooper stellte fest, daß auf Grund des Pauliprinzips eine noch so kleine attraktive Wechselwirkung gebundene Zustände von je zwei Elektronen ermöglicht. Die BCS-Theorie postuliert nun einen Grundzustand der Supraleitung, in dem alle beteiligten Elektronen in sogenannten Cooper-Paaren gebunden sind. Da die Elektronen zu Paaren gebunden sind, verhalten sich die Paare wie Bosonen und können alle den gleichen Grundzustand besetzen. Die Wellenfunktion dieses Zustandes wird identifiziert mit dem Ordnungsparameter $\psi(\vec{r})$ der Ginzburg-Landau-Theorie.

Die BCS-Theorie liefert eine Fülle von Vorhersagen, die experimentell überprüft sind, z. B.:

- Die BCS-Theorie, die die attraktive Wechselwirkung mit dem einfachst möglichen Potential modelliert, sagt eine fundamentale Beziehung zwischen der Größe der Energielücke und der Sprungtemperatur vorher: $2\Delta(0)/k_B T = 3,55$; die experimentellen Werte bestätigen das im wesentlichen (Hg(α): 4,6; Al: 3,4; Nb: 3,8; Pb: 4,3; Tl: 3,6), wobei die Abweichungen mit einem realistischeren Potential erklärt werden.
- Die Unstetigkeit in der spezifischen Wärme (siehe 2.7) wird von der BCS-Theorie quantitativ vorhergesagt: $\left. \frac{c_S - c_N}{c_N} \right|_{T=T_c} = 1,43$. Auch hier bestätigen die experimentellen Werte im wesentlichen die Theorie [Hg(α): 2,4; Al: 1,4; Nb: 1,9; Pb: 2,7; Tl 1,5], wobei wieder besonders bei Blei und Quecksilber die oben genannten Aspekte zu berücksichtigen sind.
- Die Londonsche Eindringtiefe ergibt sich als natürliche Konsequenz des BCS-Grundzustandes. Für Magnetfelder, die sich langsam räumlich ändern, erhält man die London-Gleichung. Damit gibt die BCS-Theorie auch eine mikroskopische Erklärung des Meißner-Ochsenfeld-Effektes.

2.9 Hochtemperatursupraleitung

Im Jahre 1986 wurden erstmals Supraleiter entdeckt, die die bis dahin seit Jahrzehnten als oberste Grenze angenommene Sprungtemperatur von wenig über 20 K übertrafen. In einer Ba-La-Cu-O-Keramik fanden Bednorz und Müller [1] Anzeichen für Supraleitung mit $T_c \approx 35$ K. In der Folgezeit wurden weitere Materialien mit immer höheren Sprungtemperaturen gefunden, die alle extrem anisotrope Schichtmaterialien sind, in denen die Supraleitung, wie man allgemein glaubt, in zweidimensionalen CuO_2 -Ebenen auftritt, die untereinander nur durch Josephson-Tunneln gekoppelt sind. Zwei weitere prominente Vertreter sind die YBCO-Kristalle ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$), die sich mittlerweile sehr gut reproduzierbar als Einkristalle herstellen lassen, sowie das Material $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_4\text{O}_{8+\delta}$, bei dem die bis dato höchste bestätigte Sprungtemperatur von 135K [3] gefunden wurde.

Für die technische Anwendung der Hochtemperatursupraleiter spricht ihre hohe Sprungtemperatur, die eine Kühlung mit dem leicht zu handhabenden und preiswerten flüssigen Stickstoff möglich macht. Allerdings sind die Materialien sehr spröde und daher schwer zu längeren Drähten zu verarbeiten. Außerdem sind die kritischen Stromdichten sehr viel kleiner als bei konventionellen Supraleitern.

Vom Standpunkt der Theorie aus sind diese Supraleiter eine große Herausforderung, da sich in zwei Aspekten Schwierigkeiten mit der klassischen BCS-Theorie ergeben: zum einen vermag der klassische Paarungsmechanismus keine Sprungtemperaturen > 80 K zu erklären, zum anderen zeigen Tunnelexperimente, daß die Energielücke dieser Supraleiter nicht vollständig ausgeprägt ist. Daher gehen die theoretischen und experimentellen Anstrengungen derzeit dahin, den Paarungsmechanismus zu verstehen. Die Suche nach neuen Hochtemperatursupraleitern geht weiter. Diese Suche bleibt empirisch, da es noch keine befriedigende Theorie gibt, die mächtig genug wäre, neue Materialien vorherzusagen (zum Stand der Theorie siehe [8], allgemein zu Eigenschaften der Hochtemperatursupraleiter siehe den allgemeinverständlichen Artikel [9]).

3 Versuchsdurchführung

In Ihrer Versuchsdurchführung sollen Sie verschiedene Experimente mit zwei konventionellen Supraleitern, einem Hochtemperatursupraleiter und einem normalleitenden Material ausführen.

3.1 Vorbereitung

Bereiten Sie den Versuchsaufbau für die Tieftemperaturmessung vor.

- Bauen Sie die Probe in die Probenhalterung ein und kontrollieren Sie die Kontakte.
- Bereiten Sie den Kryostaten für die Befüllung mit flüssigem Helium vor. Zu Versuchsbeginn wird das Isolationsvakuum bereits ausreichend gut sein. Evakuieren Sie den He-Vorratsbehälter und den Probenraum und spülen Sie mit He-Gas aus dem Transportbehälter. Wiederholen Sie diese Prozedur einige Male.
- Füllen Sie nach Anweisung des Assistenten den Kryostaten mit flüssigem Helium und bestimmen Sie die Füllhöhe.
- Erwärmen Sie den Probenraum auf 300 K. Damit verringert sich die Gefahr, daß Gase in dem Raum ausfrieren und Blockaden erzeugen, wenn Sie den Kryostateneinsatz einbauen.
- Führen Sie den Kryostateneinsatz mit der Probe in den Kryostaten ein und kühlen ihn auf 4,2K.

3.2 Messungen

An folgenden Proben sollen Messungen vorgenommen werden:

Supraleiter erster Art:	Pb
Supraleiter zweiter Art:	Nb, YBa ₂ Cu ₃ O _{7-δ}
Normalleiter:	Cu

Folgende Messungen sollen durchgeführt werden:

3.2.1 Bestimmung der kritischen Stromdichte im supraleitenden Zustand

Mittels Strom-Spannungs-Kennlinien soll die kritische Stromdichte der Supraleiter bei verschiedenen Temperaturen bestimmt werden. Wählen Sie mindestens 5 Temperaturen unterhalb und auch eine Temperatur oberhalb von T_c aus, um die Messungen vorzunehmen.

3.2.2 Kritische Feldkurve

Ermitteln Sie die kritische Feldkurve $H_c(T)$ der Supraleiter. Das kritische Feld soll für mindestens 6 verschiedene Temperaturen bestimmt werden. Wie können Sie vermeiden, daß die Ergebnisse durch "eingefrorenen Fluß" verfälscht werden?

3.2.3 Spezifischer Widerstand im Temperaturbereich von $T_c \leq T < 300 \text{ K}$

Bestimmen Sie den Widerstandsverlauf der Proben für Temperaturen unterhalb der Übergangstemperatur bis Raumtemperatur.

Nachdem Sie den Widerstand der ersten Probe bis 300 K bestimmt haben, können Sie bei Anwesenheit des Assistenten den Kryostateneinsatz entnehmen und die zweite Probe einbauen. Anschließend wird der Einsatz wieder in den Kryostaten eingebaut und die weitere Messung vorbereitet. Wiederholen Sie mit der zweiten und dritten Probe die Messungen, die Sie an der ersten Probe vorgenommen haben. Abschließend untersuchen Sie das Verhalten der Leitfähigkeit der normalleitenden Probe von Raumtemperatur bis hinab zu tiefen Temperaturen.

3.3 Hinweise zur Durchführung

Aufgrund der eng bemessenen Zeit zur Durchführung des Versuchs ist es erforderlich, daß Sie sich zur Vorbereitung auf den Versuch genau klar machen, wie sie vorgehen wollen, welche Messungen wie durchgeführt werden müssen und welche Parameter für Ihre Auswertung wichtig sind. Protokollieren Sie alle wichtigen Daten und Einzelheiten Ihrer Versuchsdurchführung.

Die Einstellung der Probentemperatur ist ein feinfühliges Regelprozeß. Lassen Sie der Probe Zeit, um sich thermisch zu stabilisieren und den Temperaturgradienten zwischen Probe und Thermoelement zu minimieren. Ändern Sie die Probentemperatur nicht zu schnell, das System benötigt sonst unnötige Zeit, um sich zu stabilisieren.

Für den Umgang mit Vakuumtechnik und Tieftemperaturtechnik gilt gleichermaßen, sich über jeden Schritt vollständig im klaren zu sein und lieber zweimal über eine Handlung nachzudenken. Auch der Einsatz des supraleitenden Magnetsystems will aufgrund der Gefahren beim unsachgemäßen Betrieb gut überlegt sein.

4 Fragen und Aufgaben

Aufgabe 1:

Schätzen Sie ab, wieviel Energie in dem vorliegenden Magnetsystem gespeichert werden kann. Wieviel l Helium könnten durch einen Quench maximal verdampft werden und welche Gasmenge würde dabei entstehen?

Aufgabe 2: Kritischer Strom eines zylindrischen Drahtes

Ein Strom von I A fließe in einem zylindrischen supraleitenden Draht vom Radius r cm. Zeigen Sie, daß die folgende Beziehung gilt:

$$I = 5rH_c,$$

wenn das Magnetfeld direkt außerhalb des Drahtes H_c (in Gauss) beträgt. Berechnen Sie die kritische Feldstärke in A/m für einen Draht (Durchmesser 1 mm), dessen kritischer Strom 100 A beträgt.

Aufgabe 3: Energielücke

Erläutern Sie anhand von Energiediagrammen, wie die I(U)-Kennlinie eines Metall-Supraleiter-Tunnelkontaktes (Abb. 8) zustande kommt. Finden Sie einen einfachen Ausdruck für V_{Gr} .

Aufgabe 4: Spezifische Wärme

Wie kann die spezifische Wärme eines supraleitenden Materials auch unterhalb der Sprungtemperatur im normalleitenden Zustand gemessen werden?

Wie verhält sich die spezifische Wärme eines Materials, dessen Zustandsdichte eine Lücke bei der Fermienergie hat aber ansonsten konstant ist ?

Aufgabe 5: Kritisches Feld dünner Filme

a) Zeigen Sie, daß für das Magnetfeld $B(x)$ innerhalb einer supraleitenden Platte der Dicke δ gilt (x ist senkrecht zum Film):

$$B(x) = \mu_0 H \frac{\cosh(x / \Lambda)}{\cosh(\delta / 2\Lambda)}.$$

b) Die effektive Magnetisierung $M(x)$ in der Platte ist definiert durch $B(x) = \mu_0(H + M(x))$. Zeigen Sie, daß für $\delta \ll \Lambda$ gilt:

$$M(x) = -H/(8\Lambda^2) (\delta^2 - 4x^2).$$

c) Zeigen Sie unter Zuhilfenahme von b) und Abschnitt 2.6, daß bei $T = 0$ für die Energiedichte gilt (unter der Annahme $\delta \ll \Lambda$):

$$u_s(x, H) = u_s(0) + \frac{\mu_0 H^2}{16\Lambda^2} (\delta^2 - 4x^2).$$

d) Zeigen Sie, daß der über die Dicke des Films gemittelte Beitrag des Magnetfeldes zu u_s als

$$\frac{\mu_0}{24} H^2 \left(\frac{\delta}{\Lambda} \right)^2 \text{ geschrieben werden kann.}$$

e) Man zeige, daß damit das kritische Feld eines dünnen Films proportional zu Λ / δ ist, d.h. dünne Filme vertragen höhere Magnetfelder !

Aufgabe 6:

Überlegen Sie sich, warum Legierungen ausschließlich Supraleiter zweiter Art sind.

5 Literaturhinweise

- Tieftemperaturtechnik
 - G.K. White: *Experimental Techniques in Low-Temperature Physics*, (Clarendon Press, Oxford, 1959)
 - C.F. Squire: *Low Temperature Physics*, (McGraw-Hill, London, 1953)
 - R.W. Vance, W.M. Duke (eds.): *Applied Cryogenic Engineering*, (Wiley, New York, 1962)
- Leitfähigkeit von Festkörpern, Supraleitung
 - N.W. Ashcroft, N.D. Mermin: *Solid State Physics*, (Saunders College, Philadelphia, 1988)
 - H. Ibach, H. Lüth: *Festkörperphysik*, (Springer, Berlin, 1990)
 - Ch. Kittel: *Einführung in die Festkörperphysik*, (Oldenbourg, München, 1973)
 - W. Buckel: *Supraleitung*, (VCH, Weinheim, 1994)
 - K. Kopitzki: *Einführung in die Festkörperphysik*, (Teubner, Stuttgart, 1993)

[1] J. G. Bednorz und K. A. Müller, *Z. Phys. B* **64**, 189 (1986)

[2] Cava et al., *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1676 (1987)

[3] A. Schilling et al., *Nature* **362**, 56 (1993); Z. J. Huang et al., *Physica C* **217**, 1 (1993)

[4] S. C. Collins, zitiert in E. A. Lynton, *Superconductivity*, Wiley, New York, 1969

[5] F. London und H. London, *Physica* **2**, 341 (1935)

[6] V. L. Ginzburg und L. D. Landau, *Zh. Eksp Teor. Fiz.* **20**, 1064 (1950)

[7] J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957)

- [8] D. J. Van Harlingen, *Rev. Mod. Phys.* **67**, 515 (1995)
- [9] B. Batlogg, *Physics Today* **44**, No. 6, 44 (June 1991)
- [10] N.W. Ashcroft, N.D. Mermin, s.o.
- [11] H. Ibach, H. Lüth, s.o.