

SQUID

(Superconducting Quantum Interference Device)

VERSUCH ZUM FORTGESCHRITTENENPRAKTIKUM

AG Prof. Dr. U. Hartmann

Institut für Experimentalphysik. Universität des Saarlandes

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
1.1. SQUID	3
1.2. Josephson-Kontakte	4
1.2.1. Josephson Effekte	4
1.2.2. RSJ Modell	6
1.3. Flussquantisierung	7
1.4. rf-SQUID	9
1.4.1. Aufbau eines rf-SQUIDs	9
1.4.2. Charakteristische Eigenschaften eines rf-SQUIDs	10
2. Experimenteller Teil	10
2.1. Benötigte Geräte	12
2.2. Kurzbeschreibung der Geräte	13
2.2.1. JSQ-Magnetometer	13
2.2.2. Widerstände	13
2.2.3. Funktionsgenerator, Widerstandsdekade und Kalibrationspule	13
2.2.4. Oszilloskop	13
2.2.5. Spectrum Analyzer	13
2.3. Kalibration des Spulenfeldes	14
2.4. SQUID-Vorbereitung	16
2.4.1. Start der JSQ-Software	17
2.4.2. Einstellung des SQUID-Arbeitspunktes	19
2.4.2.1. Automatische Arbeitspunkteinstellung	19
2.4.2.2. Manuelle Arbeitspunkteinstellung	19
2.5. Testen der Empfindlichkeit des SQUIDs	20
2.5.1. Abspeichern der Daten des Spektrum Analyzers	26
2.5.2. Zusatzaufgabe	26
2.6. Berechnung der Stärke des Magnetfeldes	27
2.7. Dipolmomente	27
3. Literatur	28

1. Einleitung

Durch die Entwicklung moderner Technologien steigt auch der Bedarf an immer empfindlicheren Messmethoden. Auf dem Gebiet der Magnetfeldmessung erweist sich die Ausnutzung physikalischer Effekte, wie z.B. der Josephson-Effekte als viel versprechend. Dieser Praktikumsversuch soll eine theoretische und praktische Einführung in die Grundlagen im Umgang mit SQUID geben.

1.1. SQUID

SQUIDs („Superconducting Quantum Interference Device“) sind die empfindlichsten Magnetfeldsensoren die es heutzutage gibt. Sie erreichen eine Auflösung in der Größenordnung weniger Femtotesla. Die Funktionsweise eines SQUIDs beruht auf zwei Effekten, die nur bei Supraleitung auftreten: Flussquantisierung und Josephson-Effekt. Supraleitung ist ein einzigartiger thermodynamischer Zustand der durch den Zusammenschluss der Leitungselektronen zu Paaren mit entgegengesetztem Spin und Impuls gekennzeichnet ist („Cooperpaare“).

Am absoluten Temperaturnullpunkt $T = 0\text{K}$ sind alle Leitungselektronen des Supraleiters zu Cooperpaaren gebunden. Bei steigender Temperatur brechen immer mehr Cooperpaare auf, was zu einer steigenden Anzahl von einzelnen Elektronen führt.

Bei der kritischen Temperatur („Sprungtemperatur“) T_C brechen alle Cooperpaare auf und die Supraleitung verschwindet. Einige Werte von T_C sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst. Die letzten drei Beispiele sind Repräsentanten der erst vor kurzem entdeckten Hochtemperatursupraleiter („High T_C Superconductors“). Einige Materialien wie Cu, Ag und Au scheinen bei allen Temperaturen nicht-supraleitend zu sein, außer wenn sie in Kontakt mit einem Supraleiter gebracht werden („proximity effect“).

Tabelle 1-1:

Material	Kritische Temperatur T_C [K]
Al	1,18
In	3,4
Hg	4,15
Pb	7,2
Nb	9,25
NbTi	9,5
NbN	17
$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{(7-x)}$	90
$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_4\text{O}_x$	110
$\text{Tl}_2\text{Ca}_2\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$	120

Die Elektronenpaare können elektrische Ladung durch den Leiter ohne Verlust transportieren („Supraleitung“).

Der supraleitende Zustand ist nicht nur durch perfekte Leitfähigkeit gekennzeichnet, sondern auch durch andere Phänomene die unterhalb der Sprungtemperatur auftreten. Hierzu gehören beispielsweise die Existenz einer Energielücke oder der Meissner-Ochsenfeld-Effekt: Der magnetische Fluss wird aus dem Supraleiter vollständig verdrängt, er wird zum perfekten Diamagneten.

Die Cooperpaare werden gewöhnlich durch einen Ordnungsparameter beschrieben (Ginzburg-Landau-Theorie). Mathematisch kann dies analog zu einer Vielkörper-Wellenfunktion mit wohldefinierter Amplitude $|\psi(\vec{r})|$ und Phasenwinkel $\Theta(\vec{r})$ beschrieben werden:

$$\psi(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})| \exp(i\Theta(\vec{r})) \quad (1-1)$$

Obwohl der Ordnungsparameter selbst keine physikalisch beobachtbare Größe ist, besteht eine Relation zwischen seiner Amplitude und der Cooperpaardichte $n_s(\vec{r})$. Der Phasenwinkel ist korreliert mit dem klassischen Impuls $\vec{p}(\vec{r}) = m\vec{v} + q\vec{A}$ eines Cooperpaares der Masse $m=2m_e$ und Ladung $q=2e$ in der Anwesenheit eines Magnetfeldes $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$:

$$n_s(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2 \quad (1-2)$$

$$\vec{p}(\vec{r}) = 2m_e \vec{v} + 2e\vec{A} = \hbar \nabla \Theta \quad (1-3)$$

Somit ist offensichtlich, dass ein Verständnis der Supraleitung eine gewisse Einsicht in die Quantenmechanik verlangt. Dieses Kapitel soll sich lediglich mit den elektrischen und magnetischen Eigenschaften der SQUIDs befassen. Bei Supraleitung auftretende Phänomene wie Flussquantisierung und Josephson-Effekt sollen lediglich in Hinblick auf die elektrischen und magnetischen Effekte, die sie bewirken diskutiert werden, nicht jedoch im physikalischen Detail.

SQUID Sensoren und Systeme sind kommerziell erhältlich, aber ihre Vielfalt ist sehr begrenzt verglichen mit der Anzahl der in den letzten 30 Jahren publizierten Veröffentlichungen. Die Gründe für diese Diskrepanz liegen darin dass der Markt für SQUIDs immer noch schmal ist und dass SQUIDs für viele Anwendungsbereiche die empfindlichsten verfügbaren Geräte darstellen. Um optimale Leistung zu erzielen sind oft spezielle, dem Experiment angepasste Konfigurationen notwendig. In diesem Kapitel wird nicht nur die Funktionsweise eines kommerziellen SQUIDs beschrieben, sondern auch eine Einsicht in die Herstellung gegeben werden.

1.2 Josephson-Kontakte

1.2.1 Josephson Effekte

Der klassische Josephson-Kontakt besteht aus einer dünnen isolierenden Barriere zwischen zwei Supraleitern. Diese Barriere ist so dünn dass die beiden den supraleitenden Zustand repräsentierenden Parameter auf beiden Seiten schwach koppeln können:

$$\psi_1(\vec{r}) = |\psi_1(\vec{r})| \exp(i\Theta_1(\vec{r})) \quad (1-4)$$

$$\psi_2(\vec{r}) = |\psi_2(\vec{r})| \exp(i\Theta_2(\vec{r})) \quad (1-5)$$

Die Kopplung zwischen diesen beiden supraleitenden Zuständen über die Barriere wird durch Elektronenpaartunneln realisiert.

Zusätzlich zu diesem Josephson Tunnelübergang (auch „SIS-Übergang“ genannt: Supraleiter-Isolator-Supraleiter) erlauben auch viele andere Konfigurationen eine schwache Kopplung zwischen zwei Supraleitern und zeigen ein ähnliches Verhalten wie Tunnelkontakte. Dünne normalleitende Schichten („SNS-Übergänge“), dünne supraleitende Brückenstrukturen und Kombinationen davon (z.B. Punktkontakte) sind einige Beispiele solcher „weak links“.

Alle „weak links“ zeigen ausgeprägtes Verhalten der Phasendifferenz der beiden Ordnungsparameter $\delta = \Theta_1 - \Theta_2$ und der Stromdichte $j = i/A$ (des Stromes i der einen „weak link“ der Fläche A durchfließt) und dem Spannungsabfall v am „weak link“. (Anmerkung: Im Folgenden bezeichnen kleine Buchstaben AC-Größen und große Buchstaben DC-Größen).

Im Falle eines klassischen Josephson Tunnelüberganges (der am besten theoretisch verstandene weak link) lauten die so genannten Josephson-Relationen

$$j = J_c \sin \delta \quad (1-6)$$

$$v = \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (1-7)$$

In erster Näherung stimmen diese Relationen auch für alle anderen Übergänge.

In der ersten Josephson-Relation (1-6) bezeichnet J_c die kritische Stromdichte des Überganges: wenn bei einem Josephson-Kontakt der Strom von $I=0$ aus erhöht wird findet kein Spannungsabfall statt bis der kritische Wert der Stromdichte erreicht ist („zero voltage state“). Wenn erst einmal der kritische Strom überschritten ist, findet ein von der Zeitentwicklung der Phasendifferenz δ abhängiger Spannungsabfall statt (zweite Josephson-Relation (1-7)). Der Wert von J_c hängt ab von Material, Geometrie und Temperatur. Je dicker die Barriere ist, desto schwächer ist die Kopplung und desto kleiner ist J_c .

Integration der zweiten Josephson-Relation liefert

$$\delta = \delta_0 + \frac{2e}{\hbar} vt \quad (1-8)$$

Durch Einsetzen in (1-6) erhält man

$$j = J_c \sin(\omega_j t + \delta_0) \quad (1-9)$$

Findet ein Spannungsabfall an einem weak link statt, fließt folglich ein AC-Strom mit der spannungsabhängigen Frequenz (Josephsonfrequenz) $f_j = \omega_j / 2\pi = (2e/h)v$ ($(2e/h) = 484 \cdot 10^{12} \text{ Hz/V}$ ist das so genannte Josephson Frequenz-Spannungs-Verhältnis). Ein Verhältnis zwischen Spannung v und Strom i des Übergangs erhält man durch kombinieren der Gleichungen (1-6) und (1-7):

$$v = (\hbar / 2e \sec \delta / I_c) di / dt = L(\delta) di / dt \quad (1-10)$$

Folglich besitzt ein Josephson-Kontakt eine effektive Induktivität L die von der Phasendifferenz δ abhängt.

1.2.2 RSJ Modell

In einem realen Josephson-Kontakt treten zusätzlich zum supraleitenden Strom $i_s = I_C \sin \delta$ noch folgende Ströme auf: Ein Normalstrom i_n , der durch tunnelnde Quasipartikel (einzelne Elektronen denen ein Partner zur Bildung eines Cooperpaares fehlt); und ein Verschiebungsstrom i_d („displacement current“) auf Grund der unvermeidbaren Kapazität des Tunnelüberganges.

Diese Ströme werden im weit verbreiteten RSJ Modell berücksichtigt („resistively shunted junction model), das in Abb. 1.1 schematisch dargestellt ist. Dieses Modell beschreibt die meisten Effekte, die in auf dem Josephson Effekt basierenden Geräten auftreten mit genügender Genauigkeit.

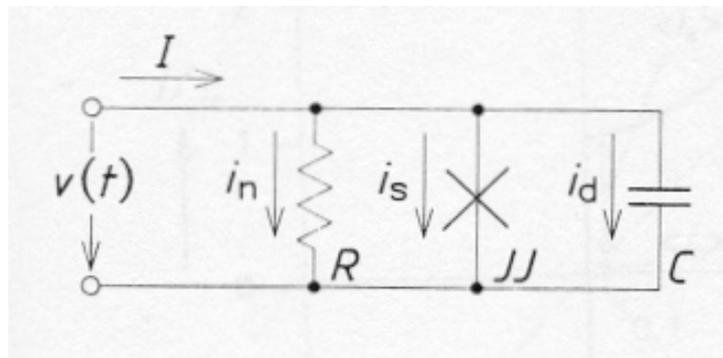


Abb 1.1: Schema des RSJ-Modells

Das RSJ Modell führt ein ideales Josephson Element ein, das parallel zu einem ohmschen Widerstand R und eine n Kondensator C geschaltet wird. Also wird ein Biasstrom I nach Abb. 1.1 folgendermaßen aufgeteilt:

$$I = v/R + I_C \sin \delta + Cdv/dt \quad (1-11)$$

Um das essentielle Verhalten eines Josephson-Kontakt zu verstehen (und folglich eines SQUIDS), kann die Kapazität vernachlässigt werden.

Durch Anwendung der zweiten Josephson-Relation (1-7) erhält man

$$I/I_C = \hbar/(2eRI_C) \partial \delta / \partial t + \sin \delta \quad (1-12)$$

(1-12) kann direkt integriert werden, und für die mittlere Spannung $V = \langle v \rangle = \hbar/2e \langle \partial \delta / \partial t \rangle$ (Grossbuchstaben für DC oder Mittelwerte) erhält man:

$$\begin{aligned} V = 0 & \quad , I < I_C \\ V = RI_C \sqrt{(I/I_C)^2 - 1} & \quad , I > I_C \end{aligned} \quad (1-13)$$

Abb. 1.2a zeigt die I-V-Charakteristik eines solchen Modells mit $C=0$. Obwohl diese Charakteristik als V-I-Kurve dargestellt werden sollte (der Biasstrom ist die unabhängige

Variable, die Spannung die abhängige Variable), hat sich diese Darstellungsart in der Fachliteratur eingebürgert.

Abb. 1.2b illustriert die Zeitentwicklung des supraleitenden Stromes i_s für zwei mittlere Spannungswerte ($V/RI_C = 0,1$ und $0,5$). Wenn ein konstanter Biasstrom I angelegt wird, addieren sich zu I der Mittelwert des Normalstromes durch den Abschlusswiderstand $\langle i_n \rangle$ und der Mittelwert des supraleitenden Stromes durch den idealen Übergang $\langle i_s \rangle$.

Beachtenswert ist die nicht-sinusförmige Zeitentwicklung von i_s für geringe Spannungen was zu einem großen Beitrag zum Mittelwert von i_s führt. Bei höheren Spannungen nähert sich $\langle i_s \rangle$ der Null. Die starke Frequenzänderung ist offensichtlich in Abb. 1.2b.

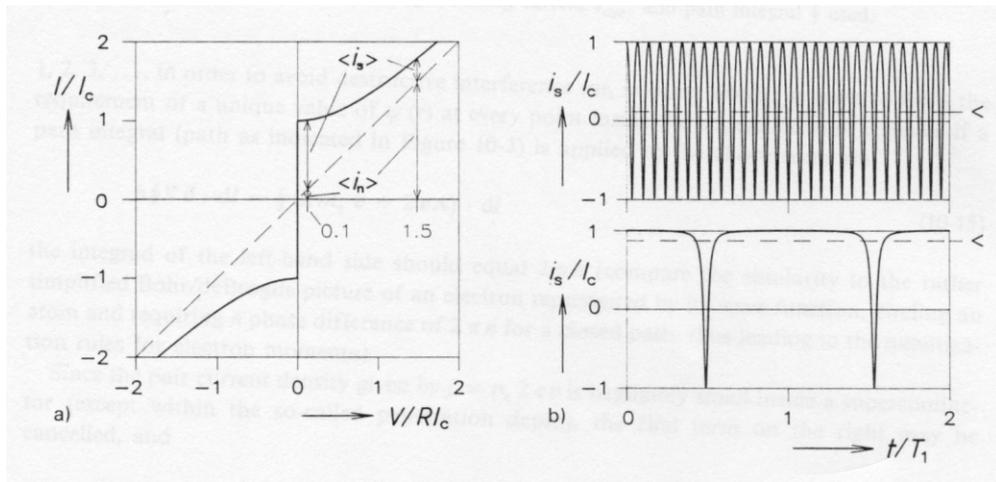


Abb 1.2: a) I-V- Diagramm für vereinfachtes RSJ-Modell ($C=0$)
 b) Zeitentwicklung des Suprastromes i_s für verschiedene Spannungen am Tunnelübergang ($V/RI_c=1,5$ bzw. $V/RI_c=0,1$)

1.3 Flussquantisierung

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, ist der Impuls $\vec{p} = m\vec{v} + q\vec{A}$ eines Elektronenpaares der Masse $m=2m_e$ und der Ladung $q=2e$ in Anwesenheit eines Magnetfeldes korreliert mit der Phase $\Theta(\vec{r})$ einer Wellenfunktion $\psi(\vec{r})$, der den supraleitenden Zustand beschreibt:

$$\vec{p} = \hbar\nabla\Theta = 2m_e\vec{v} + 2e\vec{A} \quad (1-14)$$

Aus dem Wellencharakter des supraleitenden Zustandes folgt die Quantisierung des magnetischen Flusses durch eine normalleitende Region, die von einem Supraleiter umschlossen ist (vgl. Abb. 1.3). Entlang eines geschlossenen Weges im Supraleiter muss die Phase der Wellenfunktion ein ganzzahliges Vielfaches von 2π sein, nur so erhält die Phase an jedem Punkt des Weges einen eindeutigen Wert (analog zur Erklärung der Bohr'schen Quantisierungsbedingung durch de Broglie):

$$\hbar\oint\nabla\Theta d\vec{l} = \oint(2m_e\vec{v} + 2e\vec{A})d\vec{l} = nh \quad , n = 0, 1, 2, \dots \quad (1-15)$$

Da der Suprastrom, gegeben durch $\vec{j} = n_s 2e\vec{v}$ im Supraleiter vernachlässigbar klein ist (bis auf die sog. Eindringtiefe), kann der erste Term auf der rechten Seite vernachlässigt werden und man erhält

$$\hbar 2n\pi = 2e \oint \vec{A} d\vec{l} \quad (1-16)$$

Durch Anwendung des Stokes'schen Satzes und der Definitionen der magnetischen Induktion $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ und des magnetischen Flusses $\Phi = \iint \vec{B} d\vec{S}$ durch die Oberfläche \vec{S} wird die Flussquantisierung eingeführt:

$$\begin{aligned} nh/2e &= \oint \vec{A} d\vec{l} = \iint (\nabla \times \vec{A}) d\vec{S} = \iint \vec{B} d\vec{S} \\ \Phi &= nh/2e = n\Phi_0 \end{aligned} \quad (1-17)$$

Die Größe $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \cdot 10^{-15}$ Wb wird als Flussquant bezeichnet. Es kann experimentell verifiziert werden durch das Anlegen einer magnetischen Induktion \vec{B}_{ext} parallel zur Achse eines supraleitenden Ringes.

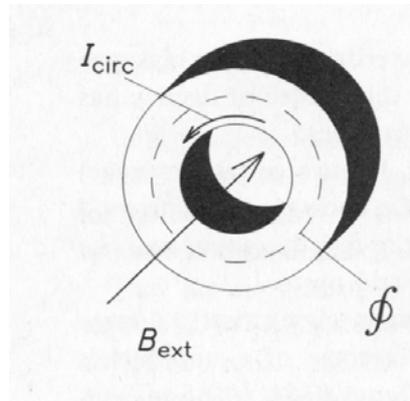


Abb 1.3: Supraleitender Ring mit äußerer magnetischer Induktion B_{ext} , zirkulierendem Abschirmstrom I_{circ} und verwendetem Wegintegral \oint

Die Anzahl der Flussquanten im Inneren des Ringes hängt ab von der Stärke der während des Phasenüberganges normalleitend \rightarrow supraleitend angelegten magnetischen Induktion \vec{B}_{ext} . Nach Unterschreiten der Sprungtemperatur induziert eine Änderung von \vec{B}_{ext} keinen Sprung im magnetischen Fluss. Stattdessen hält ein immer größer werdender Abschirmstrom I_{Circ} den gesamten Fluss im Inneren des Ringes Φ_i so lange konstant bis eine kritische Stromdichte J_C erreicht wird. Beim Überschreiten von J_C geht der Supraleiter wieder in den normalleitenden Zustand über:

Der angelegte externe Fluss $\Phi_{ext} = \iint \vec{B}_{ext} d\vec{S}$ wird kompensiert in Einheiten von Φ_0 durch einen entsprechenden selbstinduzierten Fluss

$$\Phi_S = LI_{Circ} \quad (1-18)$$

(I_{Circ} : Abschirmstrom; L: Eigeninduktivität des Ringes),

so dass $\Phi = \Phi_{ext} - \Phi_S = n\Phi_0$

Anmerkung: Einfrieren des magnetischen Flusses („Flux trapping“) ist ein unerfreuliches Phänomen das häufig bei SQUID Anwendungen auftritt und den Signalnachweis erschwert.

Sein Auftreten hängt ab von den verwendeten Materialien, der Geometrie und elektromagnetischen Interferenzen. Periodisches Ändern der Temperatur („Thermal cycling“) in magnetisch abgeschirmten Räumen hilft das Problem zu beseitigen.

1.4 rf-SQUID

1.4.1. Aufbau eines rf-SQUIDS

Das rf-SQUID besteht aus einem supraleitenden Ring, der nur einen Josephson-Kontakt enthält. Durch induktive Ankopplung steht ein sogenannter Tank-Schwingkreis (Tank circuit) in Verbindung zur SQUID-Schleife (Abb. 1.4).

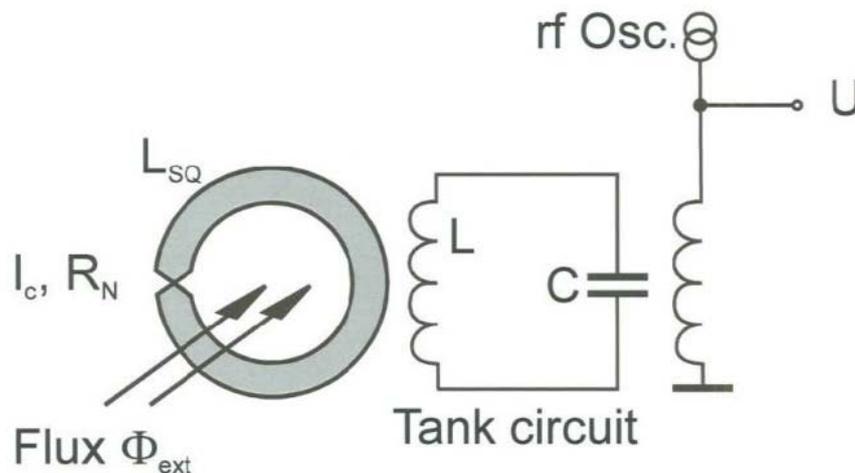


Abb. 1.4: rf-SQUID mit Tank-Schwingkreis

Durch eine externe Leitung können sowohl Gleich- als auch Wechselfelder über den Tank-Schwingkreis in die SQUID-Schleife eingekoppelt werden. Die Schwingkreis-Amplitude U_{Mess} ist dabei eine wichtige Größe, die die externe Elektronik zur Bestimmung des Messsignals ausnutzt.

Die Flussquantisierung fordert eine ganzzahlige Anzahl von Flussquanten im supraleitenden Ring. Ein aus dem externen Magnetfeld stammender Fehlbetrag zu diesem Fluss wird instantan durch einen Suprastrom I_S im Ring und damit durch den Josephson-Kontakt ausgeglichen.

Wird der Tank-Schwingkreis über einen Wechselstrom mit der Amplitude U und seiner Resonanzfrequenz angeregt, so ergibt sich im SQUID Schwingkreises ein magnetischer Wechselfluss Φ_{rf} :

$$\Phi_{rf} = M_G \cdot Q \cdot I_{rf} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \quad (1-19)$$

Die Güte des Gesamtsystems ist dabei:

$$Q = \frac{R_T}{\omega_0 \cdot L_T} \quad (1-20)$$

Die Koppelinduktivität kann errechnet werden:

$$M_G = k \cdot \sqrt{L_{SQ} \cdot L_T} \quad (1-21)$$

Dabei ist k eine Koppelkonstante, L_{SQ} bzw. L_T sind die Induktivitäten des SQUIDS bzw. des Tankschwingkreises, R_T ist der elektrische Widerstand des Tankschwingkreises und ω_0 dessen Resonanzfrequenz.

1.4.2 Charakteristische Eigenschaften eines rf-SQUIDS

Wird die Amplitude der Schwingkreisspannung aufgenommen und durch Demodulation vom Erregersignal I_{rf} getrennt, so erhält man das Messsignal ΔU_{Mess} . Im Folgenden werden Spannung-Strom-Kennlinie und Spannung-Fluss-Kennlinie eines rf-SQUIDS dargestellt.

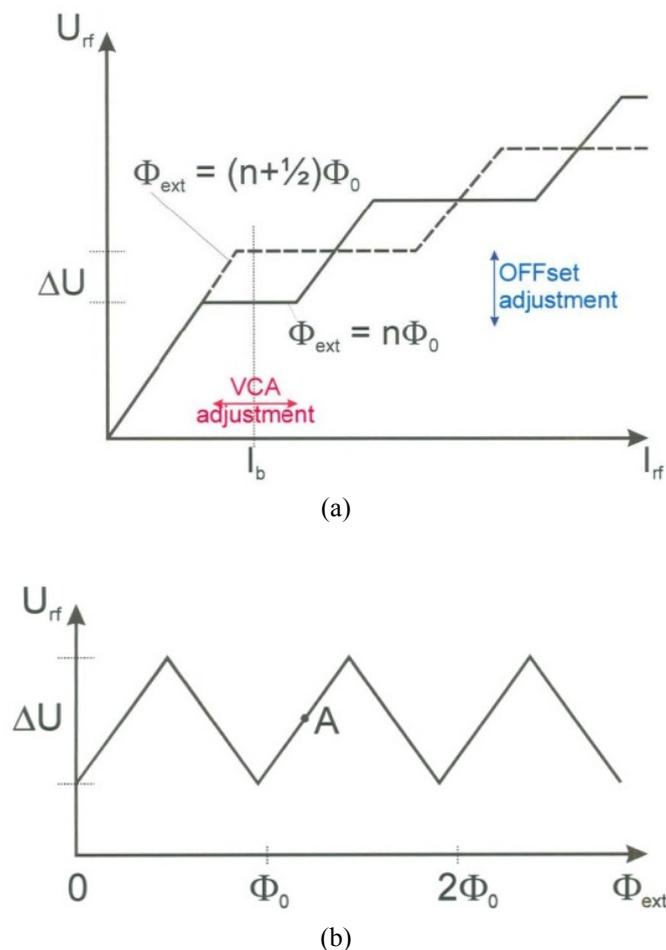


Abb. 1.5: (a) Abhängigkeit der über den Tankschwingkreis abfallenden Spannung U_{Mess} vom Pumpstrom I_{rf} für die Quantenzustände $\Phi_{ext} = n\Phi_0$ und $\Phi_{ext} = (n + 1/2)\Phi_0$, (b) Fluss zu Spannungs-Transferfunktion eines rf-SQUIDS

Zunächst wird der Fall $\Phi_{\text{ext}} = n \Phi_0$ betrachtet. Durch das externe Feld bedingt befinden sich n Flussquanten im supraleitenden Ring. Wird zusätzlich über den Tankkreis ein Wechselfeld eingekoppelt, so muss der SQUID nur dieses Wechselfeld kompensieren. Die Spannungsamplitude U_{Mess} steigt linear mit dem Suprastrom I_S an, solange I_S den kritischen Strom I_C nicht erreicht. Idealerweise wird der SQUID bei der Herstellung so dimensioniert, dass er ungefähr ein Flussquant Φ_0 im Ring kompensieren kann, bevor der kritische Strom I_C erreicht ist. Wird der kritische Strom und damit der maximale Fluss Φ_C erreicht, was in Abb. 1.5a im Punkt B der Fall ist, erreicht auch die Spannungsamplitude im Tankkreis ein Limit:

$$U_C = \frac{\omega_0 \cdot L_T \cdot \Phi_C}{M} \quad (1-22)$$

An dieser Stelle findet im SQUID ein Flussquantensprung vom Zustand n in den Zustand $(n+1)$ bzw. $(n-1)$ statt. Dieser Prozess ist mit Dissipation verknüpft, weil der Ring im Josephson-Kontakt kurzzeitig normalleitend wird. Dabei wird dem Tankschwingkreis erheblich Energie entzogen. Die Energieänderung E beträgt in etwa $\Delta E = I_C \times \Phi_0$ und ist in einem richtig dimensionierten Aufbau vergleichbar der im Tankschwingkreis gespeicherten Energie.

Durch den Energieentzug fällt die Amplitude im Tankschwingkreis sofort drastisch ab. Die Energie wird dann vom externen Oszillator über mehrere Perioden wieder zugeführt, bis erneut U_C erreicht ist. Die gemittelte Amplitude U_{Mess} wird somit durch den scharf einsetzenden Dissipationsprozess begrenzt. Ein weiterer Anstieg von I_{rf} wird somit keinen weiteren Anstieg von U_{Mess} Folge haben, was das Plateau (B-E) in Abb. 1.5a erklärt. Wird der Pumpstrom so stark, dass mit jeder Hochfrequenzperiode ein Flussquantensprung induziert wird, wird auch U_{Mess} weiter ansteigen, bis schließlich zwei Flussquanten je Periode zur Dissipation beitragen. Somit bildet sich am Punkt F analog ein weiteres Plateau aus. Damit ist der Fall für $\Phi_{\text{ext}} = n \Phi_0$ beschrieben.

Das andere Extrem ist der Fall $\Phi_{\text{ext}} = (n + \frac{1}{2}) \Phi_0$. In diesem Fall ist ein maximaler Abschirmstrom zur Einhaltung der Flussquantisierung erforderlich. Da jetzt bereits ein Abschirmstrom I_S für die Flussdifferenz $\Phi = \Phi_{\text{ext}} - \Phi_{\text{int}} = \Phi_0/2$ auftreten muss, wird im Josephson-Kontakt der kritische Strom I_C bereits bei niedrigerem Pumpstrom erreicht. Das Plateau bildet sich jetzt bereits im Punkt A in Abb. 1.5a bei $\Phi_{\text{ext}} = (n + \frac{1}{2}) \Phi_0$ aus. Für die maximale mögliche Spannung am Tankschwingkreis gilt jetzt:

$$\hat{U}_{\text{Mess}} = \frac{\omega_0 \cdot L_T}{M} \cdot \left(\Phi_C - \frac{1}{2} \cdot \Phi_0 \right) \quad (1-23)$$

Der weitere Kurvenverlauf ist analog zum Fall $\Phi_{\text{ext}} = n \Phi_0$.

Damit sind die beiden Extremfälle des Abschirmstroms beschrieben. Alle anderen Werte des externen Flusses bedingen Abschirmströme, die zwischen diesen Extrema liegen. Die am Tankschwingkreis abgreifbare mittlere Spannungsamplitude muss daher Werte zwischen $U_{\text{Mess}}^{(n)}$ und $U_{\text{Mess}}^{(n+1/2)}$ annehmen.

Die Fluss-zu-Spannungs-Transferfunktion ist in Abb. 1.5b dargestellt. Die genaue Form ist abhängig von den elektrotechnischen Details des Sensors. In jedem Fall jedoch ist sie exakt periodisch in Φ_0 .

Im Folgenden sollen die zu messenden externen Magnetfelder als quasistatisch betrachtet werden. Dies ist zulässig, wenn diese deutlich langsamer variieren als die Betriebsfrequenz des rf-SQUIDs. Da gängige rf-SQUIDs mit Frequenzen von einigen 100 MHz bis 1 GHz betrieben werden, ist das in der Praxis fast immer der Fall.

Im Messeinsatz hält man den Pumpstrom I_p konstant auf einem optimierten Wert. Für einen variablen externen Fluss ergibt sich eine maximale Spannungsamplitude ΔU_{Mess} :

$$\Delta U_{\text{Mess}} = \hat{U}_{\text{Mess}}^{(n)} - \hat{U}_{\text{Mess}}^{(n+1/2)} = \frac{\omega_0 \cdot L_T \cdot \Phi_0}{2 \cdot M_G} \quad (1-24)$$

Da die Extrema von U_{Mess} bei den Flüssen $\Phi_{\text{ext}} = n \Phi_0$ und $\Phi_{\text{ext}} = (n + 1/2) \Phi_0$ liegen, tritt die maximale Spannungsamplitude ΔU_{Mess} innerhalb einer Flussänderung von $1/2 \Phi_0$ auf. Setzt man beide Größen ins Verhältnis, so ergibt sich ein Transferkoeffizient

$$\frac{\partial \hat{U}_{\text{Mess}}}{\partial \Phi_{\text{ext}}} = \frac{\Delta U_{\text{Mess}}}{\frac{\Phi_0}{2}} = \frac{\omega_0 \cdot L_T}{M_G} = \frac{\omega_0}{k} \sqrt{\frac{L_T}{L_{SQ}}} \quad (1-25)$$

Dieser Transferkoeffizient ist die Steigung der Transferfunktion und charakterisiert damit den SQUID als Fluss-zu-Spannungswandler.

2 Experimenteller Teil

2.1 Benötigte Geräte

- Funktionsgenerator
- Widerstandsdekade
- Kalibrationsspule ($n = 4500 \text{ m}^{-1}$)
- Digitalmultimeter
- Oszilloskop
- Spektrum Analyzer
- JSQ-Magnetometer, bestehend aus der SQUID-Sonde, deren Signalverarbeitungselektronik und Spannungsversorgung
- Gaußmeter mit Hallsonde
- Kryostat
- Computer zur Steuerung des Regelkreises des SQUIDs
- Widerstände zwischen 50 und 1000 Ω , sowie diverse Proben mit unbekanntem Dipolmoment
- Umdrehungsgeschwindigkeiten einstellbares Getriebe

2.2 Kurzbeschreibung der Geräte

2.2.1 JSQ-Magnetometer

Hinweise zur praktischen Handhabung können aus dem Manual ersehen werden (auch 2.4).

2.2.2 Widerstände

Um verschiedene Dipolmomente der Leiterschleife einzustellen, können bei einer Spannung von etwa 3,2V (2 AA Zellen) per Jumper unterschiedliche Widerstände gewählt werden. Folgende Typen wurden eingebaut, die Genauigkeit beträgt 0,1 %:

Bezeichnung	R1	R2	R3	R4	R5
R/ Ω	30	50	100	500	1000

2.2.3 Funktionsgenerator, Widerstandsdekade und Kalibrationsspule

Ein Funktionsgenerator erzeugt eine Wechselspannung mit einstellbarer Signalform, Amplitude und Frequenz. Im Folgenden wird mit einer sinusförmigen Wechselspannung gearbeitet (Grundeinstellung des Funktionsgenerators nach dem einschalten). Nach passieren einer Widerstandsdekade erhält man einen Strom (messbar mit dem Digitalmultimeter), der der Kalibrationsspule zugeführt wird. Im Spulennern herrscht dann ein Magnetfeld bekannter Stärke.

2.2.4 Oszilloskop

Das Sensorsignal wird mit Hilfe des Oszilloskops abgelesen. Dessen Handhabung sollte Ihnen noch vom Grundpraktikum her vertraut sein.

2.2.5 Spektrum Analyzer

Ein Spektrum Analyzer führt mit dem Inputsignal eine Fouriertransformation durch, somit wird das Frequenzspektrum bis zu einer Frequenz von 102,4 kHz sichtbar. AC-Signale machen sich direkt als Peak im Frequenzspektrum bemerkbar, somit ist das Signal-Rausch-Verhältnis besser als bei anderen Messmethoden.

Hinweise zur Handhabung werden bei dem entsprechenden Teilversuch gegeben, weitere Details können dem Manual entnommen werden.



Abb 2.1: Spektrum Analyzer

2.3 Kalibration des Spulenfeldes

Es ist grundsätzlich darauf zu achten, während der Messungen alle Einstellungen zu protokollieren.

Ermitteln Sie den Zusammenhang zwischen Stromstärke und Magnetfeld

- 1) Verbinden Sie den unteren Ausgang des Frequenzgenerators („Output“) mit dem Eingang der Widerstandsdekade. Verwenden Sie hierzu ein BNC-Kabel.
- 2) Stellen Sie den Drehschalter der Widerstandsdekade auf 100 Ohm.
- 3) Nehmen Sie ein Kabel mit Bananenstecker.
- 4) Stecken Sie ein Ende in die gelbe Buchse der Widerstandsdekade.
- 5) Das andere Ende stecken Sie in die COM-Buchse des Digitalmultimeters.
- 6) Die blaue Buchse der Widerstandsdekade wird mit der blauen Buchse der Kalibrierspule verbunden. Hierfür verwenden Sie ein weiteres Kabel mit Bananenstecker.
- 7) Die schwarze Buchse der Kalibrierspule wird mit dem mA-Eingang des Digitalmultimeters verbunden.

Sie haben jetzt also folgende Schaltung realisiert:



Abb 2.2: Schaltung

- 8) Schließen Sie das Gaußmeter an das 230V-Netz an und schalten Sie es ein.
- 9) Montieren Sie die runde Hallsonde an der Geräterückseite und führen Sie diese in die Kalibrierspule ein. Die Spitze der Hallsonde sollte in der Mitte der Spule zu liegen kommen, an dieser Stelle wird in den Folgeversuchen der Magnetfeldsensor positioniert. Achten Sie darauf, dass die Hallsonde parallel zur Spulenachse liegt.
- 10) Drücken Sie die Taste „AC/DC“. Das Gaußmeter wird jetzt im AC-Betrieb arbeiten und den Effektivwert des angelegten Magnetfeldes anzeigen.
- 11) Schalten Sie das Digitalmultimeter ein; wählen Sie hierzu den Bereich „AC 200mA“.
- 12) Schalten Sie den Frequenzgenerator ein.
- 13) Drücken Sie die Taste „Freq“.
- 14) Mit Hilfe des Drehknopfes und der Pfeiltasten „>“ bzw. „<“ wählen Sie die Frequenz 0,001 mHz.
- 15) Betätigen Sie die Taste „Ampl“. Das Display zeigt jetzt die Amplitude der ausgegebenen Spannung an.
- 16) Mit Hilfe des Drehknopfes und der Pfeiltasten variieren Sie die Spannung zwischen 400mVpp und 10Vpp. Achten Sie darauf, dass der Strom durch die Spule nicht größer als 60mA wird.
- 17) Notieren Sie die zur Stromstärke korrespondierende Feldstärke.
- 18) Nehmen Sie 20 Messwerte auf.
- 19) Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar und führen Sie eine lineare Regression durch. Vergleichen Sie mit dem theoretisch ermittelten Wert!

Fragen:

- (i) Welchen Zweck erfüllt die Widerstandsdekade?
- (ii) Wieso ist der Spulenstrom auf maximal 60mA beschränkt?

Zusatzaufgabe

Stellen Sie am Frequenzgenerator die Spannung 10Vpp ein und wählen Sie an der Widerstandsdekade den Wert $R=100\Omega$. Welchen Strom sollten Sie nach dem Ohmschen

Gesetz messen? Wie groß ist der tatsächlich gemessene Strom? Wie ist diese Diskrepanz zu erklären?

2.4 SQUID-Vorbereitung

Bei dem hier verwendeten System handelt es sich um ein Hochtemperatur-SQUID, das mit flüssigem Stickstoff gekühlt wird. Etwa 20 Minuten nach dem Einfüllen des flüssigen Stickstoffs in den Kryostaten wird die Betriebstemperatur erreicht. Es empfiehlt sich, die SQUID-Elektronik bereits bei Befüllen des Kryostaten einzuschalten, damit diese ihre Betriebstemperatur erreicht und während der Messung nur noch wenig verändert.

ACHTUNG! Arbeiten mit flüssigem Stickstoff haben mit der nötigen Sorgfalt und Vorsicht zu geschehen. Kontakt mit flüssigem Stickstoff oder abgekühlten Gegenständen kann zu schweren Erfrierungen führen.



Abb 2.3: Vorsicht beim Einfüllen von flüssigem Stickstoff in den Kryostaten

Am Ende des Versuches muss Wasser und Eis von dem SQUID mit Hilfe des Kaltluft-Föhns gründlich entfernt werden, da sonst, trotz der geschlossenen Bauform, Korrosion das empfindliche Gerät zerstört!

Die SQUID-Elektronik ist in der Lage, zwei SQUIDs gleichzeitig im „Flux Locked Loop“, also als Nullfelddetektor mit elektronischer Gegenkopplung, zu betreiben. Typischerweise werden ein Magnetometer und ein Gradiometer parallel betrieben.

Die Ausgangssignale der Regelektronik können als Analogsignale abgegriffen werden. Werden zur Speicherung oder weiteren Verarbeitung digitale Signale benötigt, so müssen diese, z.B. in einer PC-Messkarte, erzeugt werden. Die SQUID-Elektronik selbst verfügt über keine geeigneten AD-Wandler.

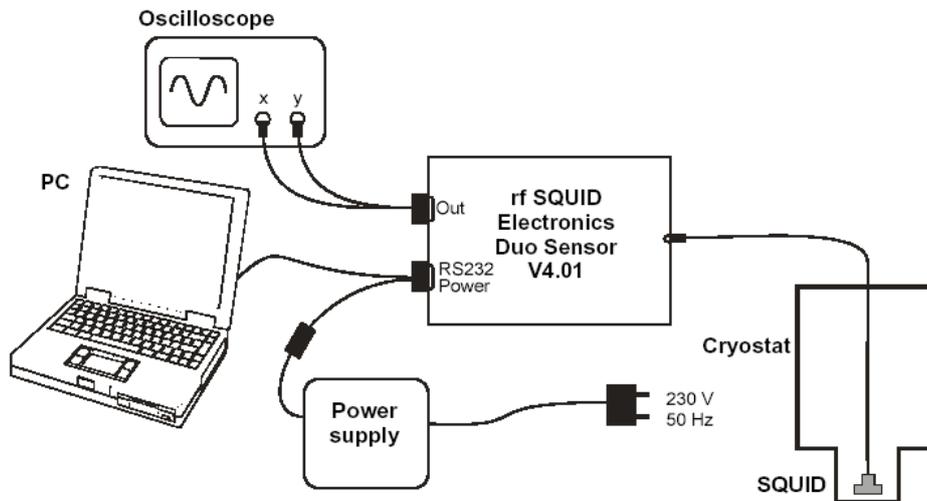


Abb. 2.4: JSQ Duo Sensor SQUID-System

Die Arbeitsparameter der SQUID-Elektronik, also Frequenz und Amplitude des rf-Signals, Integrator-Offset sowie die Parameter des PI-Reglers, können während des Betriebs über einen Microcontroller verändert werden. Durch Ablegen dieser Parameter in einem nichtflüchtigen Speicher stehen sie bei einem Neustart des Systems sofort wieder zur Verfügung. Der Microcontroller selbst wird über die RS-232-Schnittstelle mit einem Computer verbunden und über eine Steuersoftware kontrolliert.

2.4.1 Start der JSQ-Software

Die JSQ Duo Sensor Software läuft auf Windows und wird durch Doppelklick auf das entsprechende Icon gestartet. Nach dem Programmstart werden die Daten für den Arbeitspunkt des Magnetometer- und des Gradiometer-SQUIDs aus dem nichtflüchtigen Speicher in den PC eingelesen. Im Falle eines erfolgreichen Datentransfers erscheinen die Daten nach wenigen Sekunden im Justagefenster auf dem PC und die Schieberegler werden entsprechend gesetzt. Sollte dies nicht der Fall sein, so sollten alle Kabelverbindungen einschließlich der Stromversorgung geprüft werden.

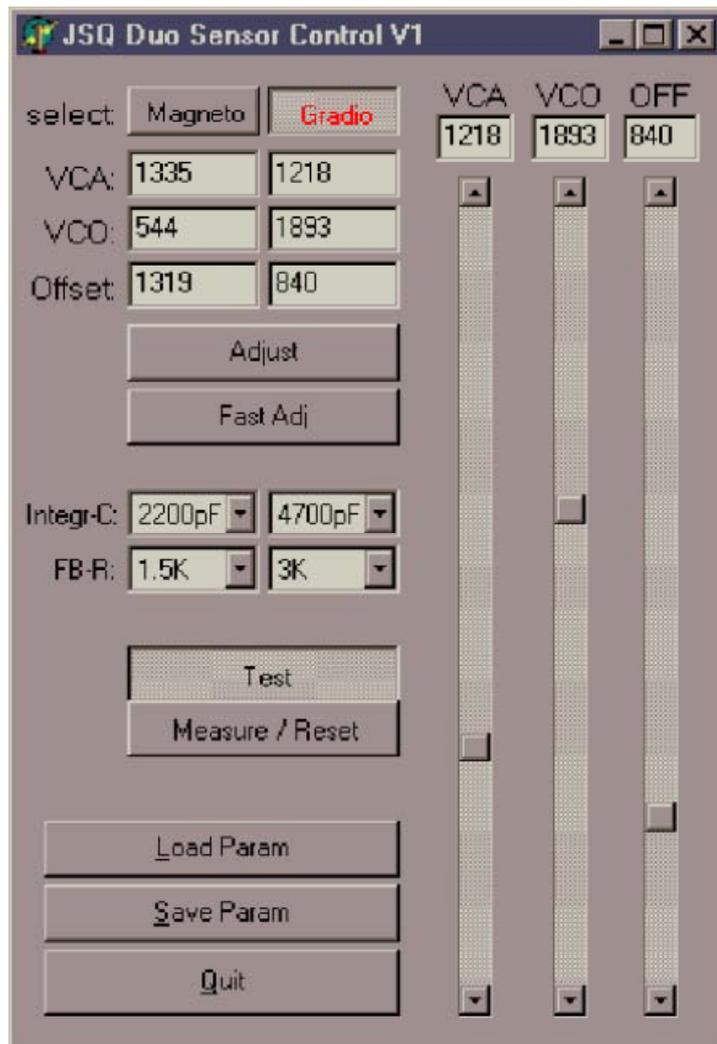


Abb 2.5: JSQ-Software

Dort sind folgende Parameter einstellbar:

- **VCA** - Die Stromamplitude des Tankschwingkreises. Die komplette Skala deckt, nicht ganz linear, einen Bereich von -115 dBm ($1,8 \cdot 10^{-9}$ W) bei einem eingestellten Wert von 0 bis -75 dBm ($1,8 \cdot 10^{-7}$ W) bei einem Wert von 4095.
- **VCO** - Regelung der Frequenz des Tankschwingkreises. Es können Werte von 630MHz (0) bis 970MHz (4095) eingestellt werden.
- **OFF** - Dient zur Skalierung der Gesamtspannungsamplitude, dies wird hier dazu verwendet, das Signal um den Nullpunkt herum zu zentrieren.
- **Integr.C** - Kapazität des Kondensators, welcher die Shaping-Zeit bestimmt. Größere Werte glätten das Signal mehr als kleine.
- **FB-R** - Widerstandswert des sogenannten Feedback-Resistors. Durch seinen Wert wird die Spannung des Stromkreises festgelegt, was in diesem Fall die 'Verstärkung' der Schaltung definiert. Je nach Einstellung gelten unterschiedliche Verhältnisse für

die Relation von Spannung zur Anzahl der Flussquanten. Es sind folgende Werte des Transfer-Koeffizienten s_i wählbar.

R/k Ω	1	3	6	10	15	20	50	100
Si/mV/ Φ_0	21	60	120	195	290	380	950	1900

2.4.2 Einstellung des SQUID-Arbeitspunktes

2.4.2.1 Automatische Arbeitspunkteinstellung

Die SQUID-Elektronik unterstützt zwei Varianten der automatischen Arbeitspunkteinstellung:

Schnelle Feinjustage („Fast Adjust“) und vollständige Justage („Adjust“). Während bei „Adjust“ der gesamte Parameterbereich nach dem Arbeitspunkt durchsucht wird, durchsucht „Fast Adjust“ nur einen kleinen Bereich um die aktuellen Einstellungen herum. In den meisten Fällen genügt dies, insbesondere wenn nur, z.B. aufgrund von Temperaturänderungen, etwas nachgeregelt werden muss.

Die automatische Arbeitspunkteinstellung wird wie folgt durchgeführt:

- 1) Schalten Sie das Oszilloskop in den x-y-Modus und den vertikalen (y-) Kanal auf „DC coupling“.
- 2) Wählen Sie den gewünschten SQUID-Sensor: drücken Sie „Magneto“ oder „Gradio“.
- 3) Drücken Sie „Fast Adjust“.
- 4) Überprüfen Sie die Transferfunktion, die auf dem Oszilloskop erscheint. Im Falle des Gradiometers sollte sie dem nachfolgend gezeigten Oszillogramm ähneln. Sollte keine Transferfunktion sichtbar sein oder die Software melden, dass kein Arbeitspunkt gefunden wurde, drücken Sie „Adjust“.

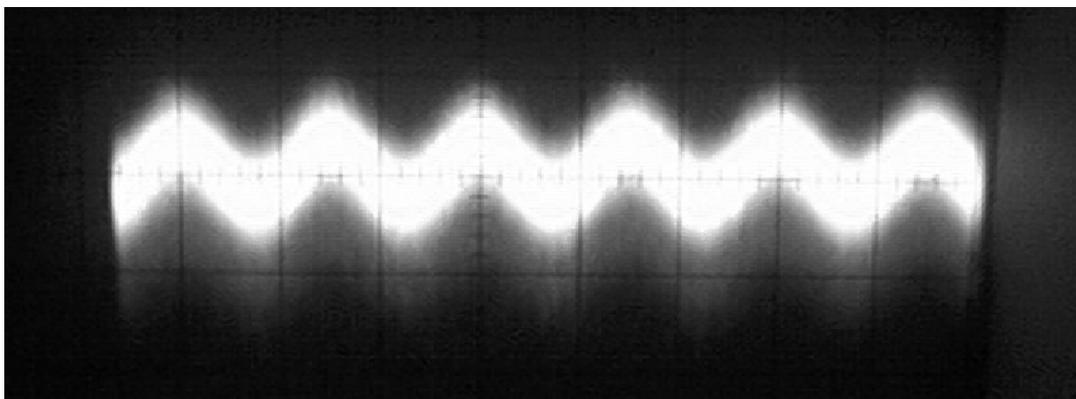


Abb 2.6: Transferfunktion

- 5) Überprüfen Sie, ob die auf dem Oszilloskop sichtbare Transferfunktion genau symmetrisch zur 0V-Linie ist. Falls nicht, justieren Sie den Offset-Schieberegler manuell nach.

2.4.2.2 Manuelle Arbeitspunkteinstellung

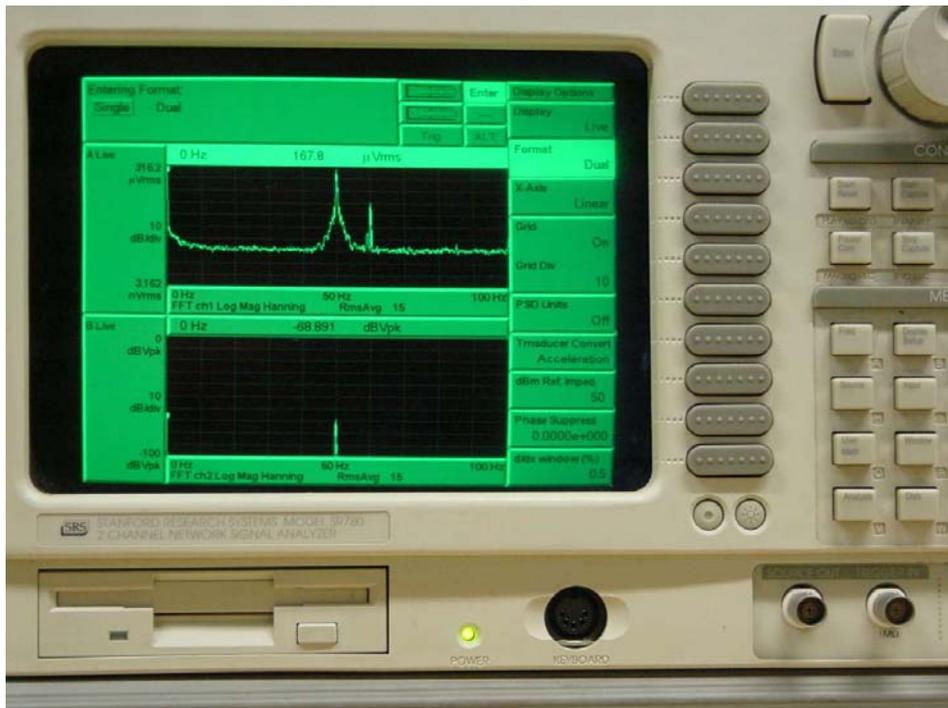
Die manuelle Arbeitspunkteinstellung geht wie folgt vonstatten:

- 1) Schalten Sie das Oszilloskop in den x-y-Modus und den vertikalen (y-) Kanal auf „AC coupling“.
- 2) Wählen Sie den gewünschten SQUID-Sensor: drücken Sie “Magneto” oder “Gradio”.
- 3) Schalten Sie die Elektronik in den „Test“-Modus (geöffnete Flussregelschleife).
- 4) Stellen Sie den VCA-Schieberegler auf einen Wert von ungefähr 1000.
- 5) Variieren Sie den VCO-Schieberegler, bis auf dem Oszilloskop ein moduliertes Signal sichtbar wird. Justieren Sie dann den VCO-Regler auf maximalen Signalhub. Falls mehrere Maxima auftreten, wählen Sie das Maximum mit der größten Amplitude.
- 6) Justieren Sie den VCA-Regler auf maximalen Signalhub.
- 7) Überprüfen Sie die auf dem Oszilloskop angezeigte Transferfunktion.
- 8) Überprüfen Sie die Nullposition des y-Kanals. Schalten Sie dazu den y-Kanal auf „DC coupling“. Justieren Sie gegebenenfalls den Offset-Schieberegler manuell nach. Falls der Offset zu hoch oder zu niedrig ist, wird bei geschlossener Flussregelschleife das SQUID-Signal zu den Begrenzungen des Rückkoppelbereichs, also zu +10V oder -10V, driften und dort bleiben. Durch Feinjustage des Offset-Schiebereglers ist es möglich, das Signal bei geschlossener Flussregelschleife genau im Mittelbereich in der Nähe von 0V zu halten. Falls das Signal an der Begrenzung bleibt, sollte der „Reset“-Knopf gedrückt werden und der Offset nachgeregelt werden.

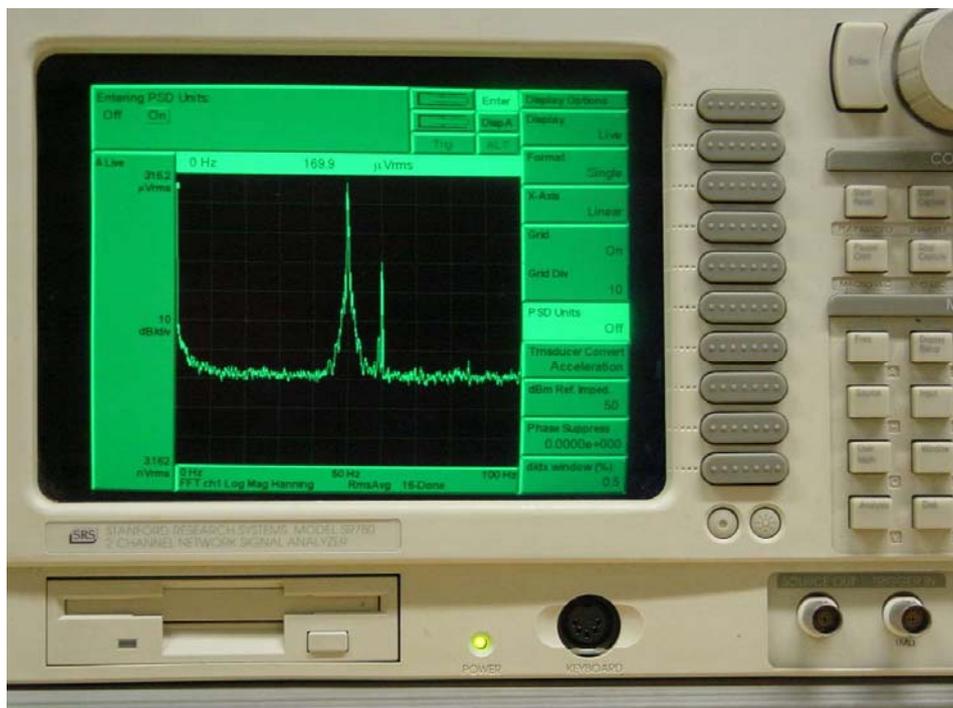
2.5 Testen der Empfindlichkeit des SQUIDs

In diesem Aufgabenteil soll festgestellt werden, welche Feldstärke noch detektiert werden kann.

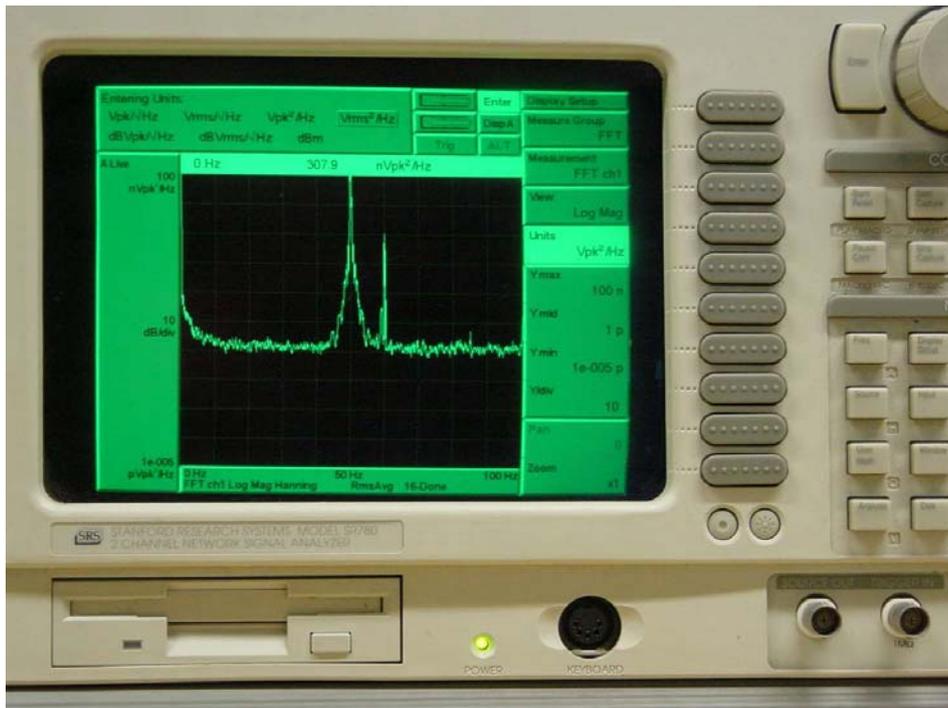
- 1) Verbinden Sie den SQUID Ausgang mit dem Eingang „Channel 1 A“ des Spektrum Analyzers.
- 2) Schalten Sie den Spektrum Analyzer ein.
- 3) Drücken Sie den Knopf „Display Options“.
- 4) Wählen Sie als „Format“ „single“.



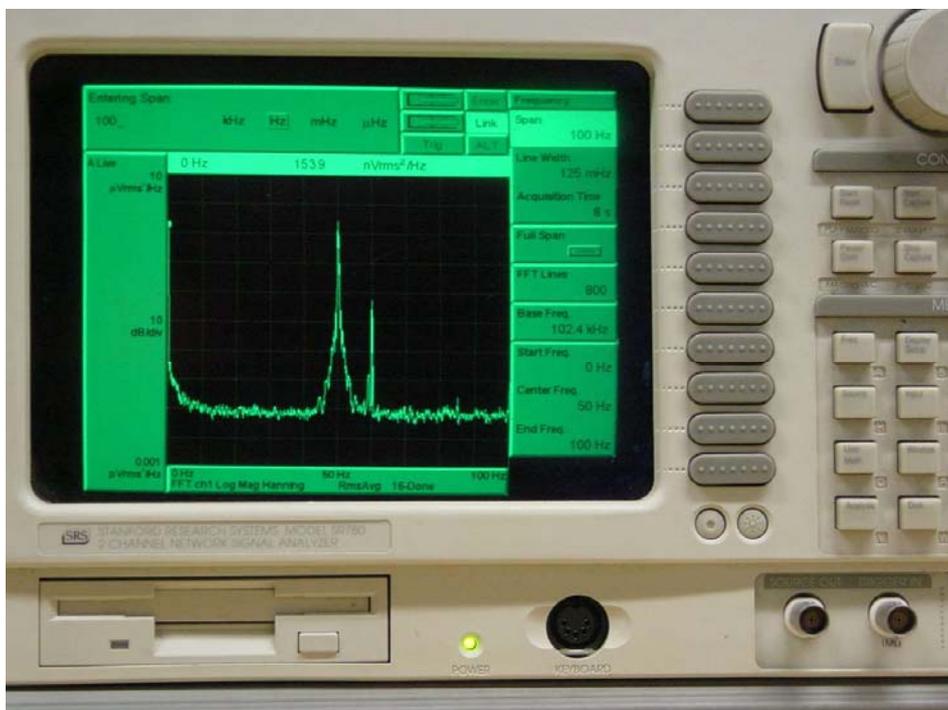
- 5) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 6) Wählen Sie „PSD Units on“.



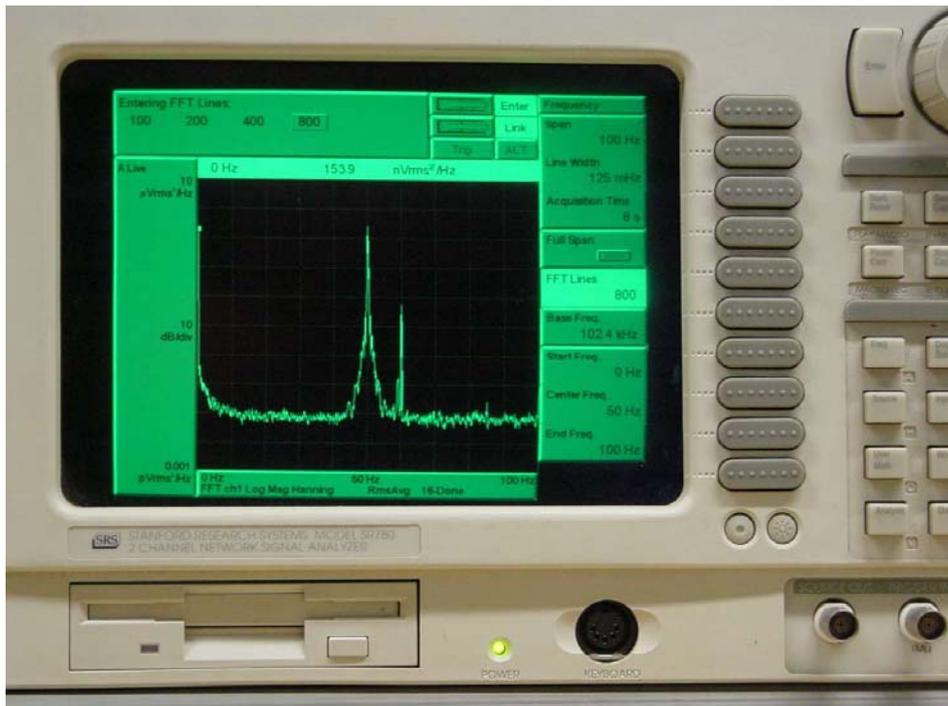
- 7) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 8) Drücken Sie den Knopf „Display Setup“.
- 9) Wählen Sie dort unter „units“ die Einstellung „Vrms/√Hz“.



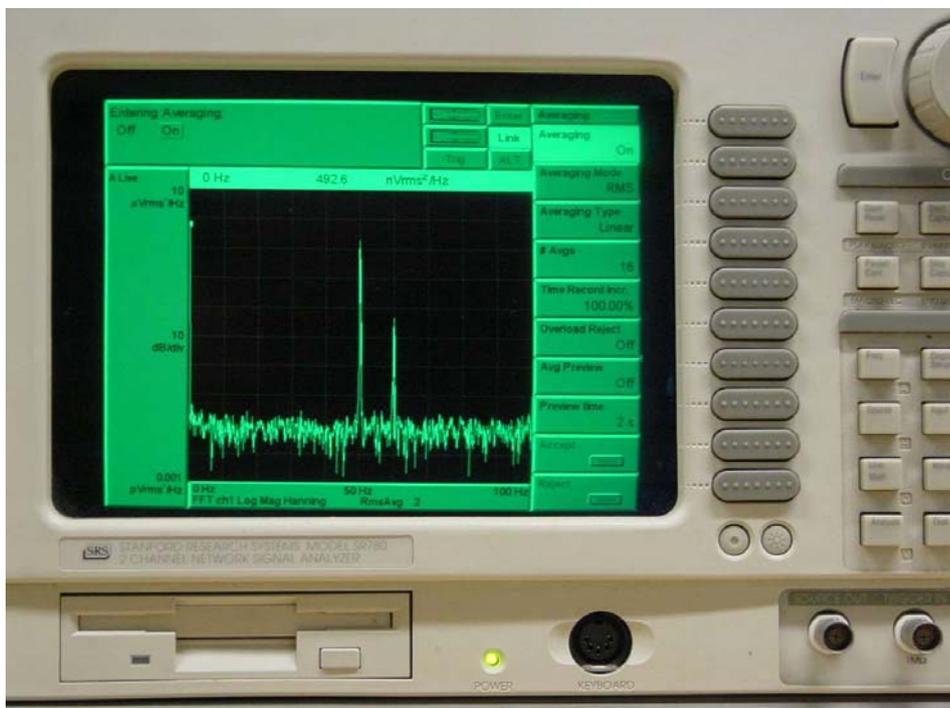
- 10) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 11) Drücken Sie den Knopf „Autoscale A“.
- 12) Drücken Sie den Knopf „Freq“.
- 13) Wählen Sie den Menüpunkt „Span“.
- 14) Geben Sie über die Nummerntasten „100“ ein.
- 15) Mit dem Drehknopf wählen Sie die Einheit „Hz“.



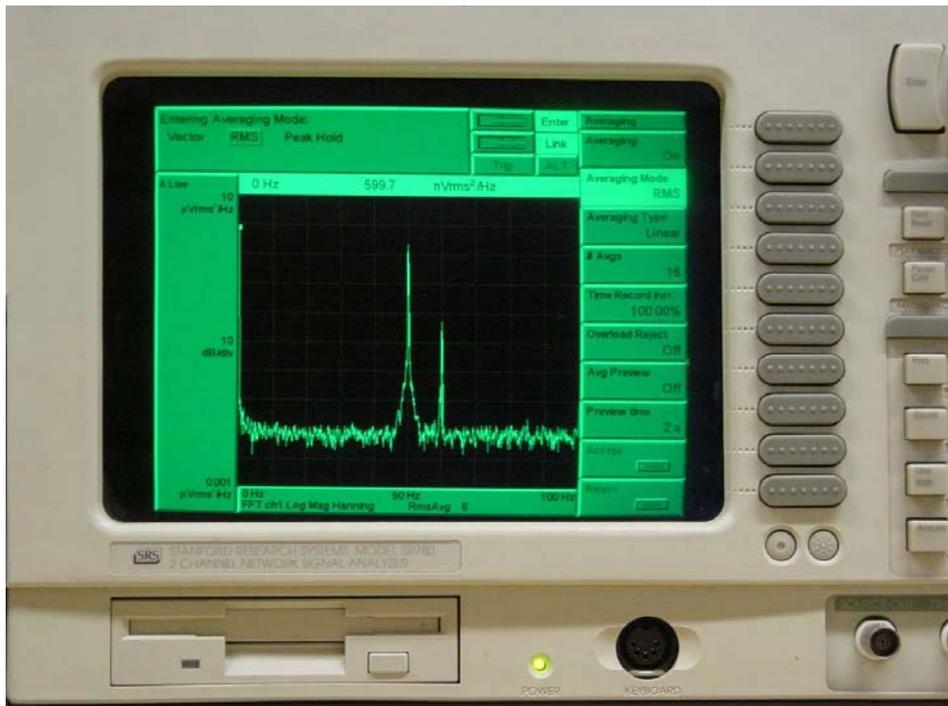
- 16) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 17) Wählen Sie unter „FFT Lines“ die Einstellung „800“.



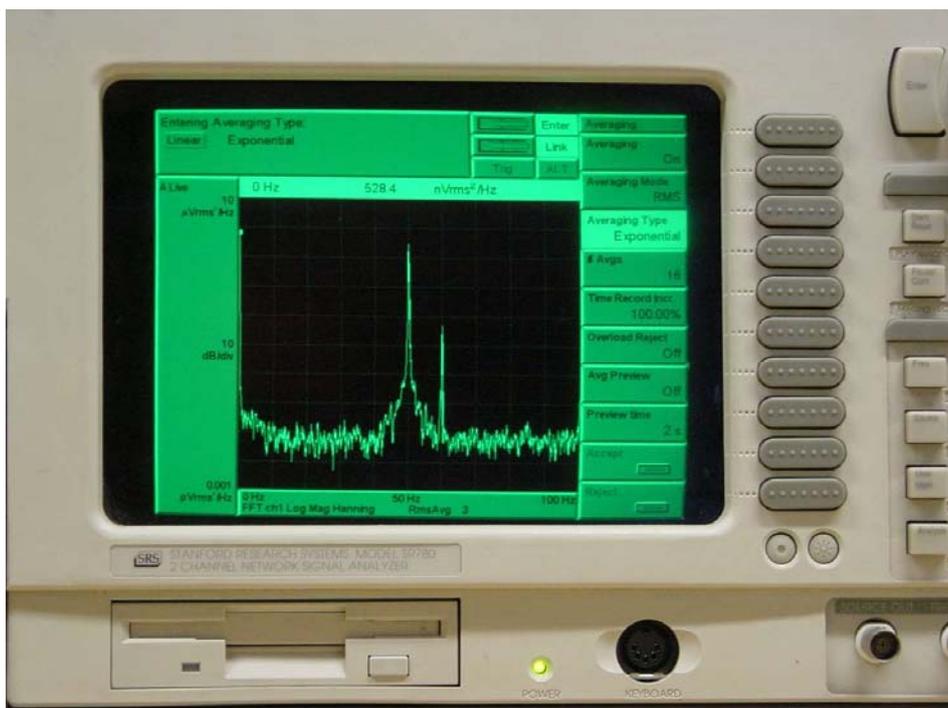
- 18) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 19) Drücken Sie den Knopf „Average“.
- 20) Wählen Sie unter „averaging“ die Position „on“.



- 21) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 22) Als „averaging mode“ wählen Sie „RMS“.

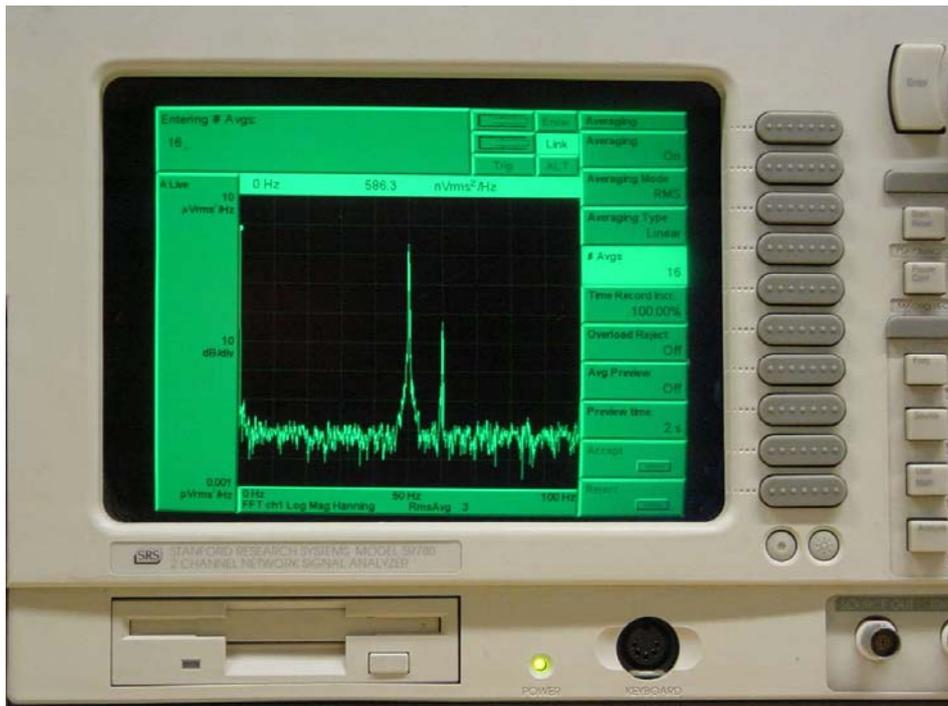


23) Als „averaging type“ wählen Sie „linear“.

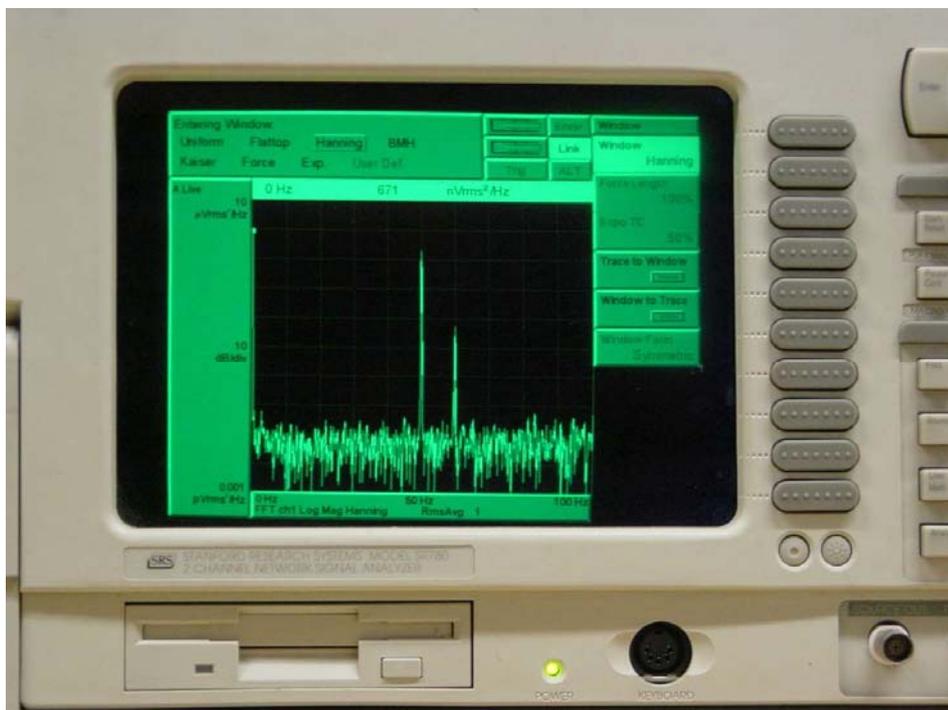


24) Bestätigen Sie mit „Enter“.

25) Unter „# Avgs“ geben Sie über die Nummerntasten „16“ ein.



- 26) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 27) Drücken Sie die Taste „Window“.
- 28) Wählen Sie die Position „Hanning“.

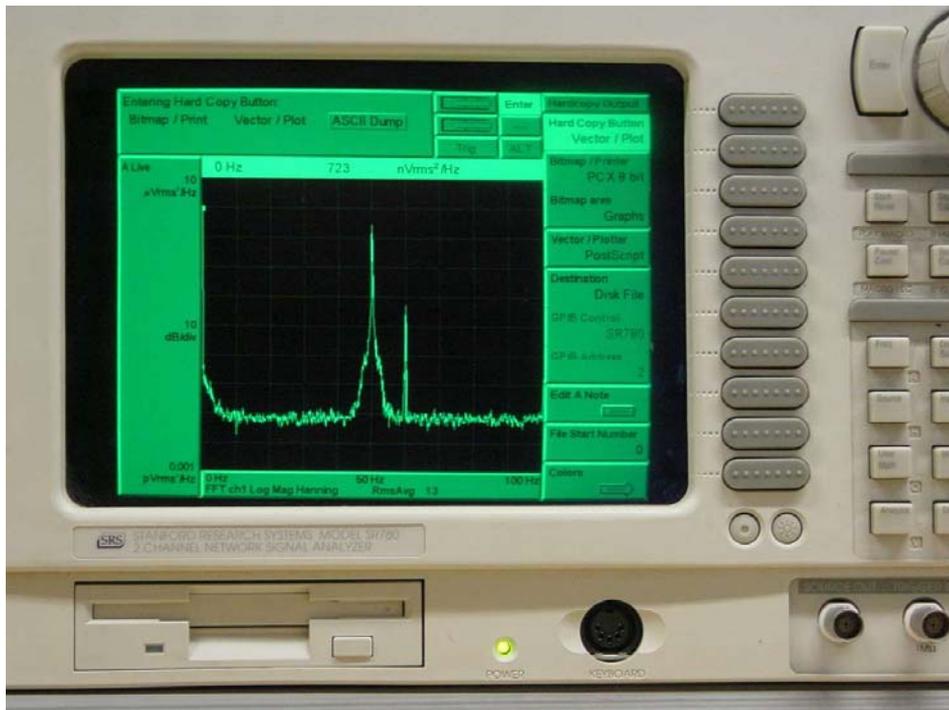


- 29) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 30) Realisieren Sie Magnetfelder von Spüle mit Feldstärken von 1-30nT und einer Frequenz von $f=30\text{Hz}$.
- 31) Hierzu wählen Sie einen geeigneten Widerstandswert an der Dekade. Zur Feinabstimmung, variieren Sie die vom Funktionengenerator ausgegebene Spannung. Die effektive Stromstärke erhalten Sie aus dem ohmschen Gesetz. Hieraus berechnen Sie die Stärke des angelegten Magnetfeldes.

- 32) Speichern Sie die Spektren im ASCII-Format ab.
- 35) Erstellen Sie mit Origin Graphen und geben Sie jeweils die angelegte Feldstärke an.
- 36) Führen Sie einen Vergleich der beiden Sensoren durch.

2.5.1 Abspeichern der Daten des Spektrum Analyzers

- 1) Drücken Sie auf den Knopf „Output“
- 2) Wählen Sie die Option „Hard Copy“
- 3) Wählen Sie die Option „ASCII Dump“.



- 4) Bestätigen Sie mit „Enter“.
- 5) Destination: Disc File

2.5.2 Zusatzaufgabe

- Nehmen Sie ein Rauschspektrum im Bereich 0-1000Hz auf. Bilden Sie den Mittelwert über 16 Einzelmessungen.
- Platzieren Sie einen zylindrischen Magneten im Abstand von einigen Metern vom SQUID. Rotieren Sie den Magneten senkrecht zu seiner Symmetrieachse und beobachten Sie dabei das SQUID-Signal. Falls Sie keine Änderung erkennen, bringen Sie den Magneten näher an den SQUID heran.
- Bringen sie eine Analog-Quarzuhr so nah an den SQUID heran, bis Sie eine periodische Änderung im gemessenen magnetischen Fluss feststellen können. Beobachten Sie das Signal. Anmerkung: Einige, meist hochwertige, Armbanduhren sind gegen äußere magnetische Felder durch ein Weicheisen-Innengehäuse abgeschirmt. Da diese Abschirmung auch in umgekehrter Richtung funktioniert, kann bei diesen Uhren unter Umständen kein Signal gemessen werden.

- Betreiben Sie einen über 220V, 50Hz versorgten elektrischen Verbraucher in der Nähe des SQUIDS. Alternativ kann auch die Anschlussleitung am SQUID vorbeigeführt werden. Beobachten Sie wiederum das Signal.

2.6 Berechnung der Stärke des Magnetfeldes

Die magnetische Flussdichte der Leiterschleife im Abstand z berechnet sich zu:

$$B_z = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{p}{z^3} \quad (2-1)$$

Das Dipolmoment p der Leiterschleife berechnet sich durch den Strom $I = V/R$, welcher eine Fläche A einschließt und durch die Spannung V am Widerstand R_i vorgegeben ist, nach $p = AI = AV/R_i$.

Durch den am SQUID eingestellten Wert des Feedback-Resistors s_i [V/Φ_0] lässt sich eine Spannung ΔV in einen Fluss umsetzen. Zur Berechnung der Stärke des Magnetfeldes, bestimmt durch diesen Fluss, benötigt man die Fläche der Öffnung des SQUIDS. Da aber durch den supraleitenden Zustand der Fluss verdrängt wird, gelangt nur ein Bruchteil in den Ring. Statt die 'effektive Fläche' zu benutzen, lässt sich aus dem Fluss direkt die Stärke des Magnetfeldes mit Hilfe des Feld-Fluss-Koeffizienten F [T/Φ_0] berechnen. Der Hersteller gibt einen Wert von $F = 9,3 \text{ nT}/\Phi_0$ an. Es gilt:

$$B_z = F \frac{\Delta V}{s_i} \quad (2-2)$$

(Die Kenntnis der 'effektiven Fläche' $A_{\text{eff}} = 1/F = 0,226 \text{ mm}^2$ ist nicht notwendig)

2.7 Dipolmomente

Zur Berechnung der Dipolmomente/Feldstärken nehmen Sie den Datensatz von mindestens einer kompletten Umdrehung der Probe auf.

Führen Sie einen Fit auf diesen Daten durch der Form:

$$f(x) = a + b \sin(cx + d) \quad (2-3)$$

(Wann macht diese Parametrisierung Sinn?)

Daraus extrahieren Sie den Offset a , die Amplitude $b = \Delta V$ und die Kreisfrequenz $c = \omega$. Aus der Amplitude kann die maximale Stärke des Magnetfeldes $B_{z,\text{max}}$ berechnet werden. Stellen Sie in einem Diagramm die Feldstärke B_z in Abhängigkeit des Drehwinkels α dar.

Es bietet sich eine Darstellung in Polarkoordinaten an. Die dazu erforderliche Koordinatentransformation des kartesischen Systems (B_z, α) , in ursprünglicher Form $(\Delta V, t)$, in das polare (x_i, y_i) sieht wie folgt aus:

$$x_i = |B_z| \cos(\alpha)$$

$$y_i = |B_z| \sin(\alpha) \tag{2-4}$$

In Abbildung 2.6 ist beispielhaft dieses Vorgehen dargestellt.

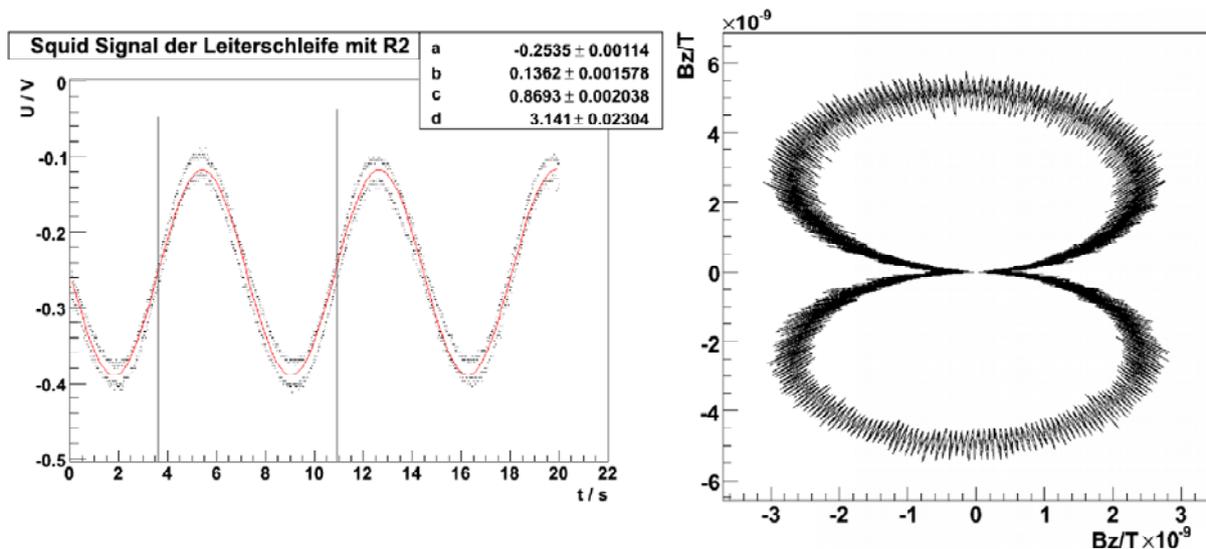


Abb. 2.6: Exemplarische Darstellung einer Messreihe. Eine volle Periode mit angepasster Fitfunktion (links) und polarer Darstellung (rechts)

3 Literatur

- [1] V. L. Ginzburg, L. G. Landau, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 20, 1064 (1970)
- [2] Introduction to Superconductivity, M. Tinkham, McGraw-Hill, 1975
- [3] Supraleitung, W. Bruckel, Weinheim: Physik-Verlag, 1977
- [4] B. D. Josephson, Phys. Lett. 1 251 (1962)
- [5] Superconducting Quantum Electronics, H. Koch, Springer, 1989
- [6] SQUID'85- Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications, edited by H. D. Hahlbohm, H. Lübbig, Walter de Gruyter, 1985
- [7] Das JSQ-Tutorial für Benutzer von rf-SQUIDS, Jülicher SQUID GmbH (JSQ), 2005
- [8] The SQUID Handbook, J. Clarke, A. I. Braginski, Wiley-VCH Verlag, 2004
- [9] J. Clarke: SQUIDS, Spektrum der Wissenschaft, 10/1994, Spektrum Akademischer Verlag